Office - Peters Hall

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Reichsmark 11.– postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.– vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Reichsmark 9.–, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Reichsmark –.35, Beilagen mit Reichsmark 60.– berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 23. Ausgegeben am 1. Dezember 1927. No. 747. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

J. Würschmidt, Signal und Gegensignal mit Überlichtgeschwindigkeit der speziellen Relativitätstheorie. S. 809–812.

G. v. Békésy: Über ein Verfahren um, für Diffusionsmessungen, zwei Flüssigkeiten übereinander zu schichten. S. 812–814.

J. Koenigsberger, Bemerkung zur Berechnung des magnetischen Feldes einer Stromquelle im Raum. S. 814–815.

H. Jensen, Das magnetische Feld einer räumlichen Strömung bei linearer Stromquelle. S. 815–819.

S. C. Kar, Die Zweideutigkeit der geodätischen Bewegung in der Gravitationstheorie Einsteins. S. 819–820.

M. A. Lewitsky, Versuche über die Resonanz der Reststrahlen und der kürzesten Hertzschen Wellen. S. 821–825.

F. M. Exner, Über die Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen im Wasser. S. 825–829.

Vorträge und Diskussionen des IV. Deutschen Physikertages in Kissingen vom 18.–24. September 1927.

K. Weissenberg, Die Symmetrie der Moleküle im gelösten Zustand. S. 829–834.

M. Wien, Weitere Versuchsergebnisse über die Abhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit von der Feldstärke. S. 834–836.

G. Joos u. M. Blumentritt, Über das Verhalten Debyescher Elektrolyte bei hohen Feldstärken. S. 836–838.

A. Koenig, Zur Frage der Elementverwandlung durch Kathodenstrahlen. S. 838–841.

F. Skaupy, Licht- und Wärmestrahlung glühender Oxyde. S. 842–846.

W. Grotrian u. G. Ramsauer, Über den inversen Stark-Effekt einiger Kalium-Hauptserienlinien. S. 846–856.

H. Rausch v. Traubenberg, Über den Einfluß schwacher Magnetfelder auf den Polarisationszustand des von Wasserstoffkanalstrahlen ausgesandten Lichtes. S. 856–857.

H. Rausch v. Traubenberg, Über das Verhalten der Lichtemission von Wasserstoff-Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Feld in einen feldfreien Raum. S. 857–858.

C. Ramsauer, Der Wirkungsquerschnitt von Gasmolekülen gegenüber Alkali-Ionen von 1–30 Volt Geschwindigkeit. S. 858–864.

O. Berg, Das Röntgenspektrum des Elements 75. S. 864–866.

Besprechungen:

Ph. Frank u. R. v. Mises, Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik. S. 866–867.

P. Lecomte du Nouy, Surface Equilibria of Colloids. S. 867.

H. Driesch, Metaphysik der Natur. S. 867.

B. Russel, ABC der Atome. S. 868.

Ch. E. Guye, Die Entwicklung der physikochemischen Prozesse in wissenschaftlicher und philosophischer Brachtung. S. 868.

Berichtigung. S. 868.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1927 bis 1928. S. 868.

Personalien. S. 868.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Abonnements-Erneuerung
der
PHYSIKALISCHEN ZEITSCHRIFT

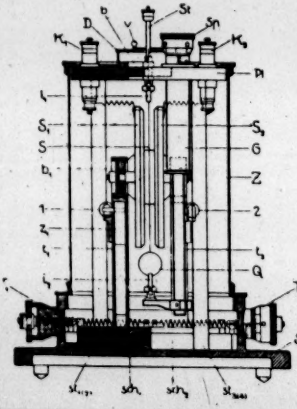
Der Verlag der Physikalischen Zeitschrift bittet um die Erneuerung des Abonnements für 1928.

Der Bezugspreis beträgt ab 1. Januar 1928 jährlich RM 50.— und für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft RM 40.—. Bei Zusendung mit der Post kommen zu obigen Preisen fürs Inland RM 4.80 und fürs Ausland RM 8.— für Porto hinzu. Die Beträge können auch in 4 Vierteljahrsraten beglichen werden.

S. Hirzel

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 23. 1. Dezember 1927. Redaktionsschluß für No 1. am 10. Dezember 1927. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

J. Würschmidt, Signal und Gegensignal mit Überlichtgeschwindigkeit in der speziellen Relativitätstheorie. S. 809.

G. v. Békésy, Über ein Verfahren um, für Diffusionsmessungen, zwei Flüssigkeiten übereinander zu schichten. S. 812.

J. Koenigsberger, Bemerkung zur Berechnung des magnetischen Feldes einer Stromquelle im Raum. S. 814.

H. Jensen, Das magnetische Feld einer räumlichen Strömung bei linearer Stromquelle. S. 815.

S. C. Kar, Die Zweideutigkeit der geodätischen Bewegung in der Gravitationstheorie Einsteins. S. 819.

M. A. Lewitsky, Versuche über die Resonanz der Reststrahlen und der kürzesten Hertzschen Wellen. S. 821.

F. M. Exner, Über die Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen im Wasser. S. 825.

Vorträge und Diskussionen des IV. Deutschen Physikertages in Kissingen vom 18.—24. September 1927:

K. Weissenberg, Die Symmetrie der Moleküle im gelösten Zustand. S. 829.

M. Wien, Weitere Versuchsergebnisse über die Abhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit von der Feldstärke. S. 831.

G. Joos und M. Blumentritt, Über das Verhalten Debyescher Elektrolyte bei hohen Feldstärken. S. 836.

A. Koenig, Zur Frage der Elementverwandlung durch Kathodenstrahlen. S. 838.

F. Skaupy, Licht und Wärmestrahlung glühender Oxyde. S. 842.

W. Grotrian und G. Ramsauer, Über den inversen Stark-Effekt einiger Kalium-Hauptserienlinien. S. 846.

H. Rausch v. Traubenberg, Über den Einfluß schwacher Magnetfelder auf den Polarisationszustand des von Wasserstoffkanalstrahlen ausgesandten Lichtes. S. 856.

H. Rausch von Traubenberg, Über das Verhalten der Lichtemission von Wasserstoff-Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Feld in einen feldfreien Raum. S. 857.

C. Ramsauer, Der Wirkungsquerschnitt von Gasmolekülen gegenüber Alkali-Ionen von 1—30 Volt Geschwindigkeit. S. 858.

O. Berg, Das Röntgenspektrum des Elementes 75. S. 864.

Besprechungen:

Ph. Frank u. R. v. Mises, Die Differential u. Integralgleichungen der Mechanik und Physik. S. 866.

P. Lecomte du Nouy, Surface Equilibria of Colloids. S. 867.

H. Driesch, Metaphysik der Natur. S. 867.

B. Russel, ABC der Atome. S. 868.

Ch. E. Guye, Die Entwicklung der physiko-chemischen Prozesse in wissenschaftlicher und philosophischer Betrachtung. S. 868.

Berichtigung. S. 868.

Vorlesungsverzeichnis f. das Wintersemester 1927/28. S. 868.

Personalien. S. 868.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Signal und Gegensignal mit Überlichtgeschwindigkeit in der speziellen Relativitätstheorie.

Von J. Würschmidt.

Herr R. Baß hat in einer vor einiger Zeit veröffentlichten Arbeit[1]) unter anderem ein von Herrn H. Thirring vorgeschlagenes Gedankenexperiment behandelt: „Ein Beobachter auf der Erde (System K) entsendet ein schneller als das Licht laufendes Signal. Ein Beobachter auf dem Planeten Neptun (System K') empfängt das Signal, antwortet sofort, und der Mann auf der Erde erhält nun die Antwort, bevor er noch die Frage abgeschickt hat. Das führt zu einem Konflikt mit der Willensfreiheit."

Selbst wenn man mit Baß zugibt, „daß die Möglichkeit von Wirkungen mit $w > c$ aus physikalischen Gründen vorläufig nicht streng widerlegt ist[2])", so erscheint obige Konsequenz so eigentümlich, daß eine Nachprüfung der zu obigem Schluß führenden Rechnungen bzw. Überlegungen angebracht sein dürfte.

Um die Rechnung möglichst durchsichtig zu gestalten, machen wir folgende Annahmen. Ein System K' habe die Geschwindigkeit v relativ zu einem System K, und zwar falle die Richtung von v mit derjenigen der X- bzw. X'-Achse zusammen (Richtung nach rechts). Zur Zeit $t = 0$ falle der Anfangspunkt O' von K' mit dem Anfangspunkt O von K zusammen, und sei auch $t' = 0$. Zur Zeit $t = 0$ werde in O ein Signal gegeben, das sich in K mit der Geschwindigkeit w ausbreitet. In einem Punkte x_1 der positiven X-Achse wird das Eintreffen des Signales zur Zeit $t_1 = \frac{x_1}{w}$ beobachtet. Der Beobachter in K' schreibt diesem Punkte eine Koordinate x_1' zu und beobachtet das Eintreffen des Signales zu einer Zeit t_1'; im gleichen Augenblick wird von x_1' aus ein Gegensignal mit der Geschwindigkeit w in K' gegeben, das zur Zeit t_2' nach einem Punkte x_2' gelangt.

1) R. Baß, Zeitschr. f. Phys. **27**, 74. 1926.

2) Vgl. aber z. B. M. v. Laue, Das Relativitätsprinzip, 1, S. 58. Braunschweig, Vieweg. 1921.

Welche Zeit t_2 hat der Beobachter in K, wenn der Punkt x_1' in K' dem Punkt $x_2 = 0$ in K entsprechen soll; mit anderen Worten zu welcher Zeit t_2 beobachtet der Beobachter in o das Eintreffen des Gegensignales?

Es gelten die Gleichungen:

$$(1a)\quad x_1' = \frac{x_1 - v t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1b)\quad t_1' = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(2a)\quad x_2' = \frac{x_2 - v t_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2b)\quad t_2' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(3a)\quad t_1 = \frac{x_1}{w} \qquad (3b)\quad t_2' = t_1' + \frac{x_1 - x_2}{w}$$

$$(3c)\quad x_2 = 0.$$

Aus (3c), (2a) und (2b) ergibt sich

$$x_2' = \frac{-v t_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = -v t_2'$$

$$t_2' = t_1' + \frac{x_1'}{w} + \frac{v}{w} t_2'$$

und mit (1a), (1b) und (3a)

$$t_2'\left(1 - \frac{v}{w}\right) = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{x_1 - v t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

oder

$$t_2 = x_1 \frac{\frac{2}{w} - \frac{v}{w^2} - \frac{v}{c^2}}{1 - \frac{v}{w}}$$

---

d. h. t_2 wird für positives x_1 negativ, oder das „Gegensignal trifft vor Absendung des Signales ein", wenn $1 - \frac{v}{w}$ und $\frac{2}{w} - \frac{v}{w^2} - \frac{v}{c^2}$ verschiedenes Vorzeichen haben.

Demnach sind prinzipiell die beiden Fälle denkbar:

1. $1 - \frac{v}{w}$ negativ und $\frac{2}{w} - \frac{v}{w^2} - \frac{v}{c^2}$ positiv; oder $w < v$ und $\frac{c^2}{v}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) < w < \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$, d. h. es muß sein:

$$\frac{c^2}{v}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) < w < v.$$

2. $1 - \frac{v}{w}$ positiv und $\frac{2}{w} - \frac{v}{w^2} - \frac{v}{c^2}$ negativ; oder $w > v$ und $\frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) > w$ bzw. $\frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) < w$ d. h. es muß sein:

$$w > \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right).$$

ad 1. Es ist aber ohne weiteres klar, daß im Falle $w < v$ das zur Zeit t_1' in x_1' abgesandte Gegensignal niemals den links von x_1' gelegenen Punkt $x_2 = 0$ erreichen kann, da es sich in K nicht nach links, sondern nach rechts bewegt. Denn nach dem Additionstheorem der Geschwindigkeiten gilt folgendes: Ein Vorgang, der sich in K' mit der Geschwindigkeit w nach links ausbreitet, hat in dem relativ zu K' mit der Geschwindigkeit v nach links bewegten System K die Geschwindigkeit $W = \frac{w - v}{1 - \frac{v w}{c^2}}$ nach links. Da $w < v$ ist, so ist diese Geschwindigkeit negativ; also breitet sich das in K' nach links abgegebene Gegensignal in K von der Erregungsstelle nach rechts aus und gelangt nicht nach $x_2 = 0$.

Im Grenzfalle $w = v$ wird $x_1' = 0$ und

$$t_1' = t_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

das Gegensignal nach links hat relativ zu K die Geschwindigkeit $W = 0$, d. h. es breitet sich nach links nicht aus; t_2 wird unendlich groß.

Für w wenig kleiner als v hat das Gegensignal nach links in K bereits negative Geschwindigkeit; t_2 ist sehr groß und negativ, t_2 gibt somit lediglich die in K gemessene Zeit an, zu der man in O im System K' das Gegensignal nach links hätte absenden müssen, damit dasselbe gerade gleichzeitig mit dem Signal in x_1 ankommt. Denn da die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Gegensignals in K gleich $\frac{v - w}{1 - \frac{v w}{c^2}}$ nach rechts ist, so wird es zur Zeit

$$t = t_2 + \frac{x_1}{v - w}\left(1 - \frac{v w}{c^2}\right)$$

$$= \frac{2 - \frac{v}{w} - \frac{v w}{c^2}}{w - v} x_1 + \frac{1 - \frac{v w}{c^2}}{v - w} x_1$$

$$= \frac{1 - \frac{v}{w}}{w - v} x_1 = \frac{x_1}{w} = t_1$$

in x_1 ankommen.

Ad 2. Im Falle $w > v$ wird t_2 negativ, wenn $w > \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$. Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Vorganges in K gleich w, so ist die Relativgeschwindigkeit in K', das gegen K die Geschwindigkeit v hat,

$$w' = \frac{w - v}{1 - \frac{vw}{c^2}}$$

d. h.:

für $v < w < c$	w' positiv und $< c$
für $w = c$	$w' = c$
für $c < w < \frac{c^2}{v}$	w' positiv und $c < w' < \infty$
für $w = \frac{c^2}{v}$	$w' = \infty$
für $\frac{c^2}{v} < w < \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$	w' negativ und $\infty > \lvert w' \rvert > \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$
für $w = \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$	$w' = -w = -\frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$
für $\frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) < w < \infty$	w' negativ und $\frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) > \lvert w' \rvert > \frac{c^2}{v}$.

oder dem Grenzfalle $w = \frac{c^2}{v}$ entspricht $w' = \infty$ oder „Gleichzeitigkeit" der Absendung und der Ankunft des Signales in K′; mit anderen Worten in K' wird sowohl in O' die Zeit $t' = 0$, als auch in $x_1' = x_1\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ die gleiche Zeit $t_1' = 0$ gemessen. K' nimmt deshalb entweder an, daß er einen Vorgang beobachtet hat, der sich in seinem System mit der Geschwindigkeit $w' = \infty$ von O' nach x_1' oder von x_1' nach O' ausgebreitet hat, oder er sagt, daß die beiden gleichzeitigen Ereignisse nicht in kausalem Zusammenhang stehen.

Im Falle $w > \frac{c^2}{v}$ ist w' stets negativ und nach (1b) t_1' negativ, K' würde also zuerst, d. h. zur negativen Zeit t_1' das Phänomen in x_1' und später, d. h. zur Zeit $t' = 0$ das Ereignis in O' beobachten. Er würde deshalb annehmen, daß das spätere Ereignis die Wirkung des früheren ist, und daß sich das Phänomen in seinem System von rechts nach links ausgebreitet hat. Für das Gegensignal, das in K' die Geschwindigkeit $w > \frac{c^2}{v}$ nach links hat, gilt das Entsprechende; seine Geschwindigkeit in K ist negativ nach links, d. h. das Gegensignal geht in K von dem Punkt x_1 nicht nach links, sondern nach rechts, kann also nicht nach O (links von x_1) gelangen.

Setzen wir

$$w = \frac{c^2}{v}(1 + \varepsilon)$$

wobei ε klein gegen 1 sei, so ergibt sich

$$t_1 = \frac{x_1 v}{c^2}(1 - \varepsilon)$$

$$t_2 = \frac{x_1 v}{c^2}\left(1 - \varepsilon\,\frac{2c^2 - v^2}{c^2 - v^2}\right)$$

d. h. es ist

$$t_2 < t_1,$$

oder „das Gegensignal käme eher in O an, als das Signal selbst in dem Punkte x_1, von dem aus das Gegensignal gegeben wird". Der in diesem Falle gefundene Wert von t_2 sagt nur soviel aus: Das Gegensignal wäre, wenn es zur Zeit t_2 in O abgegeben worden wäre, gerade zu der Zeit t_1 in x_1 angekommen, wo es zu eben dieser Zeit abgegeben wurde. In der Tat ist, wenn $w = \frac{c^2}{v}(1 + \varepsilon)$ die Geschwindigkeit des Gegensignales im System K' (nach links) ist, die sich aus

$$W = \frac{w - v}{1 - \frac{vw}{c^2}}$$

ergebende Geschwindigkeit im System K (nach links)

$$W = -\frac{c^2 - v^2}{v\varepsilon} - \frac{c^2}{v},$$

also negativ, d. h. das Gegensignal gelangt niemals nach O. Hätte man aber zur Zeit t_2 in O ein Signal mit der Geschwindigkeit $\frac{c^2 - v^2}{v\varepsilon} + \frac{c^2}{v}$ nach rechts abgegeben, so wäre es nach x_1 zu der Zeit

$$t = t_2 + \frac{x_1}{\frac{c^2 - v^2}{v^2} + \frac{c^2}{v}} = \frac{x_1 v}{c^2}\left(1 - \varepsilon \frac{2c^2 - v^2}{c^2 - v^2}\right) + \frac{x_1 v \varepsilon}{c^2 - v^2}$$

$$= \frac{x_1 v}{c^2}\left(1 - \varepsilon \frac{2c^2 - v^2}{c^2 - v^2} + \varepsilon \frac{c^2}{c^2 - v^2}\right) = \frac{x_1 v}{c^2}(1 - \varepsilon) = t_1$$

gelangt.

Dieser Fall liegt stets vor, wenn die Signalgeschwindigkeit $w > \frac{c^2}{v}$ ist; je größer w ist, desto kleiner ist t_2, bis im Grenzfall für

$$w = \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

$t_2 = 0$ und für noch größeres w, z. B. für $w = \frac{2c^2}{v}$ Beispiel von Baß) t_2 negativ wird. In allen diesen Fällen wird niemals ein Eintreffen des Gegensignales in O beobachtet werden können, da dasselbe in K nach links sich nicht ausbreiten kann.

Das von Herrn Thirring vorgeschlagene Gedankenexperiment führt somit nicht zu einem Konflikt mit der Willensfreiheit.

Tucumán (Argentinien), Lab. de fisica de la Universidad nacional.

(Eingegangen 21. Oktober 1927.)

Über ein Verfahren um, für Diffusionsmessungen, zwei Flüssigkeiten übereinander zu schichten[1]).

Von Georg v. Békésy.

Bei den bis jetzt bekannten Verfahren dauert es meist mehrere Minuten, bis die zwei zu untersuchenden Flüssigkeiten übereinander geschichtet sind. Dadurch setzt die Diffusion an den verschiedenen Stellen der Trennungsfläche zu verschiedenen Zeitpunkten ein, die sich um mehrere Minuten unterscheiden können, womit die Genauigkeit der Diffusionsmessungen sehr vermindert wird und sich auch die Versuchsdauer in die Länge zieht. Diese Schwierigkeiten werden umso größer, je kleiner der Dichteunterschied der beiden Flüssigkeiten ist. Im folgenden soll nun ein Verfahren angegeben werden, mit dem es gelingt, unabhängig von dem Dichteunterschied der beiden Flüssigkeiten und der Größe der Trennungsfläche, innerhalb einiger Sekunden die Flüssigkeiten übereinander zu lagern, so daß eine vollkommen scharfe Trennungsfläche entsteht. Es gelingt auf diese Weise Diffusionsmessungen innerhalb einer viertel Stunde auszuführen, womit die Apparatur wesentlich vereinfacht wird, da die Wärmeschutzhüllen weggelassen werden können, ohne daß die gewöhnlichen Temperaturschwankungen des Außenraumes während der kurzen Versuchsdauer störend wirken.

Den Ausgangspunkt dazu bildete ein Versuch des Herrn Prof. Tangl über die Oberflächenspannung zwischen einer Lösung und ihrem Lösungsmittel. Er verwendete dabei zur Herstellung der Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten eine horizontal gestellte Röhre, die bis zu einer gewissen Länge durch eine horizontale Scheidewand in zwei gleiche Teile geteilt war. Ließ man nun in den oberen Raum

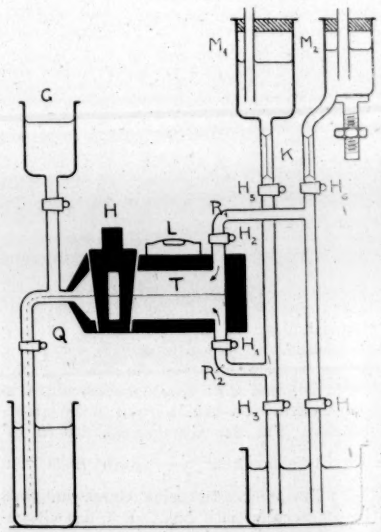


Fig. 1.

die leichtere und in den unteren Raum die schwerere Flüssigkeit einströmen so bildete sich gleichsam als Fortsetzung der Scheidewand eine Trennungsfläche der Flüssigkeiten aus. Diese

1) Ausführlicher in dem Bericht der St. Stephan-Akademie, Budapest 1923.

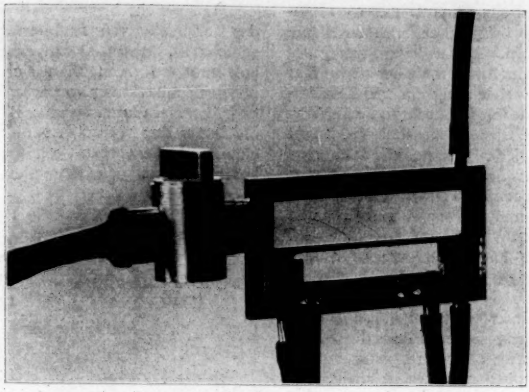


Fig. 2.

Trennungsfläche ist selten scharf, da sich meist beim Loslösen der Flüssigkeit von der Scheidewand eine Wirbelbewegung ausbildet. Es kommt also darauf an, eine Scheidewand möglichst ganz zu vermeiden. Dies konnte in vollkommener Weise durch die in der Figur dargestellte Anordnung erreicht werden.

Im Prinzip besteht sie aus einem ⊣-förmigen Rohr, in dessen oberer vertikaler Röhre die leichtere, und in dessen unterer vertikaler Röhre die schwerere Flüssigkeit unter konstantem Druck einströmt, um dann im wagrechten Arm des Rohres (in der Figur T) abzufließen. Dabei bildet sich bei geeigneter Einstellung eine stets neu entstehende scharfe Trennungsfläche. Das Rohr T, der eigentliche Diffusionstrog, wurde aus einem Messingrahmen ausgebildet, der beiderseits mit planparallelen Glasplatten bedeckt ist. Die Öffnung des Hahnes H ist möglichst dem Querschnitt des Diffusionstroges angepaßt, damit während des Strömens der Flüssigkeit sich dort keine störenden Wirbelbewegungen ausbilden können. Die beiden Mariotteschen Flaschen M_1 und M_2 dienen dazu den Druck während des Ausströmens der Flüssigkeit konstant zu halten. Um die bei der Blasenbildung in den beiden Röhren der Mariotteschen Flaschen auftretenden Druckschwankungen auszugleichen, sind die beiden Kapillaren K angebracht. Die eine der beiden Flaschen ist mittelst einer Mikrometerschraube auf und ab bewegbar, womit die Höhe der Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten im Diffusionstrog eingestellt werden kann. Um die Strömungsgeschwindigkeit der beiden Flüssigkeiten einzustellen, dient der Hahn Q. Je größer die Geschwindigkeit ist, umso schärfer ist die Trennungsfläche, da sich dann auch die, an der Wand haftenden Flüssigkeitsteile stärker mitbewegen. Die von der Größe des Diffusionstroges abhängig maximale Geschwindigkeit ist erreicht, wenn sich nach den bekannten Untersuchungen von Reynolds, Wirbelbewegungen ausbilden.

Hat sich eine schöne Trennungsfläche ausgebildet, was meist innerhalb 10 Sekunden eintritt, so schließt man die Hähne H, H_1 und H_2, womit die Diffusionsmessung beginnen kann. Bei langen Diffusionströgen ist es notwendig, daß der Boden des Troges mit einer Libelle L horizontal gestellt ist, da sonst beim Abstellen der Flüssigkeitsströmung ein langsames Fließen der schwereren Flüssigkeit nach den tieferen Stellen des Troges stattfindet. Die verbrauchte Flüssigkeitsmenge ist nach einiger Übung nicht allzu groß, so betrug sie z. B. für einen großen Diffusionstrog, mit den Dimensionen $10 \cdot 2 \cdot 0{,}5$ cm, 90 cm³ für die eine, und 60 cm³ für die andere Flüssigkeit für vier aufeinanderfolgende Messungen. Schließlich ist noch ein Gefäß G angebracht, um ein bequemes Ausspülen und Neufüllen des Troges zu ermöglichen.

Um die Brauchbarkeit dieser Anordnung zu untersuchen, wurde eine Reihe von Messungen mit dem Interferenzrefraktor ausgeführt. Zu diesem Zwecke bringt man in den einen Strahlengang des Refraktors den obigen Diffusionstrog, in den anderen Strahlengang einen ähnlichen Trog, mit einer der zu untersuchenden Flüssigkeiten gefüllt, um dadurch möglichst das Wandern der Interferenzstreifen bei Temperaturschwankungen zu vermeiden, und stellt die Spiegel so ein, daß im Gesichtsfelde möglichst horizontale und breite Interferenzstreifen entstehen. Läßt man dann im Diffusionstrog die beiden zu untersuchenden Flüssigkeiten ein-

strömen, so bilden sich eine Reihe von horizontalen Streifen, die beim Abschließen der Hähne sich rasch verbreitern. Da bei Beginn der Beobachtung die Breite der Streifen kleiner als 0,1 mm ist, so wurde zur Beobachtung ein, aus Zylinderlinsen hergestelltes Mikroskop von 70 facher Verstärkung verwendet. Dieses Mikroskop besaß zwei getrennte Okulare, jedes mit einem Fadenkreuz versehen, an denen der Durchgang der Interferenzstreifen beobachtet werden konnte. Die beiden Okulare waren an einem gemeinsamen Schlitten befestigt und wurden so eingestellt, daß sich das eine Fadenkreuz um ebensoviel oberhalb, als das andere unterhalb der Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten befand. In diesem Falle wandern die Interferenzstreifen infolge der Diffusion in entgegengesetztem Sinne durch das Gesichtsfeld der beiden Okulare, während bei äußeren Störungen die Streifen im gleichen Sinne wandern, so daß am einen Fadenkreuz die Streifen um ebensoviel rascher wandern als am anderen langsamer. Dadurch wird bei der Rechnung die äußere Störung eliminiert.

Am zweckmäßigsten wählt man die Breite des Diffusionstroges so, daß 20—30 Interferenzstreifen entstehen. Man kann dann meist innerhalb von etwa 15 Minuten den Durchgangszeitpunkt von 8—10 Interferenzstreifen beobachten. Aus diesen Beobachtungen lassen sich nach den bekannten Diffusionsgleichungen 6—8 Gleichungen ableiten zur Bestimmung der drei Unbekannten; nämlich der Diffusionskonstanten, des Abstandes der Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten von einem der beiden Fadenkreuze und des Zeitpunktes des Beginnes der Diffusion, der meist um 2—3 Sekunden früher ist als der Zeitpunkt, an dem die Hähne des Troges abgestellt wurden.

Die Breite des Diffusionstroges, das Brechungsverhältnis der Flüssigkeiten bei dem verwendeten monochromatischen Lichte kommen nur in Korrektionsgliedern vor, wenn man die Zahl der Interferenzstreifen bestimmt, die an einem der Fadenkreuze vorbeiwandern, wenn durch langsames Heben der Trennungsfläche die eine der diffundierenden Flüssigkeiten durch die andere ersetzt wird.

Die folgende Tabelle enthält die Durchgangszeiten für die Diffusion einer $^1/_4$ normalen Carbamidlösung gegenüber Wasser, wobei die Hähne des Troges im Zeitpunkt 25 Min. 45 Sek. geschlossen wurden.

Unteres Fadenkreuz	Oberes Fadenkreuz
27 Min. 26 Sek.	27 Min. 57 Sek.
29 16	30 7
31 22	32 31
34 21	35 53
39 10	40 52
49 5	48 0

Man ersieht hieraus daß während 24 Min. der Durchgang von 12 Interferenzstreifen beobachtbar ist. Wenn es auf schnelle Ausführung ankommt, so kann man sich im allgemeinen mit der Beobachtung von acht Interferenzstreifen begnügen. Dadurch wird z. B. im obigen Falle die Dauer der Messungen auf 10 Min. verkürzt, ohne daß die Genauigkeit wesentlich darunter leidet, wie aus den folgenden vier Messungen ersichtlich ist.

Versuchstemperatur	Diffusionskonstante
17,03° C	$117{,}6 \cdot 10^{-7}$ cgs
17,09	117,0
17,18	116,3
17,26	117,4

Eine ähnliche Meßreihe für $^1/_4$ normale Kochsalzlösung gegenüber Wasser ergab die Werte

Versuchstemperatur	Diffusionskonstante
12,95° C	$110{,}9 \cdot 10^{-7}$ cgs
13,14	111,8
13,20	110,8
13,30	111,0

Der mittlere Fehler beträgt somit weniger als 0,7 Proz. was angesichts der kurzen Versuchsdauer sehr für die Brauchbarkeit obiger Anordnung spricht.

Zum Schluß möchte ich auch an dieser Stelle Herrn Prof. Tangl meinen herzlichsten Dank für sein Entgegenkommen aussprechen.

Budapest, 1. Physik. Institut.

(Eingegangen 14. Oktober 1927.)

Bemerkung zur Berechnung des magnetischen Feldes einer Stromquelle im Raum[1].

Von J. Koenigsberger.

Druckfehlerberichtigung: Auf S. 343: In Gleichung (1) 3. Zeile ist als Nenner des zweiten Integrals, das $= 0$ wird, die Strecke a zu schreiben; die Integralgrenzen sind: 0 und π. — In Gleichung (2a) sind in dem 3. und 4. Integral C_1 bzw. C_0 im Zähler zu streichen, desgleichen der Ausdruck $|\sin\vartheta|_0^{\vartheta}$. — Berechnet man die magnetische Feldstärke einer punktförmigen Stromquelle im ganzen unendlichen Raum, statt wie hier geschehen im unendlichen Halbraum, so ergibt die Integration für φ von 0 bis $+\pi$ und von 0 bis $-\pi$ überall im Raum den Wert $\mathfrak{H} = 0$. Das bedeutet, daß diese Stromverteilung für eine Punktelektrode und demgemäß auch für zwei Elektroden induktionsfrei ist. Wenn man also im Raum von einer Stromquelle mit geradlinig ausgespanntem Draht den Strom nach

1) Physik. Zeitschr. **28**, 342, 1927.

2 Punktelektroden schickt, von wo der Strom sich frei ausbreiten kann, so ist die Induktion nur durch das endliche gerade Drahtstück bestimmt. — Im unendlichen Halbraum selbst nimmt das Feld nach dem Innern des Raumes von der ebenen Grenzfläche an stetig ab mit zunehmenden ϑ und wird $= 0$ auf der Normalen zur Grenzfläche in der Stromquelle. Man berechnet es, indem man $\vartheta = \vartheta'$ für den Aufpunkt feststellt und von dem Integral mit den Grenzen ϑ' und 2π das Integral zwischen 0 und ϑ' abzieht. — Ähnlich kann man für den Außenraum und außerdem auch für einen Halbraum mit nicht ebener Begrenzung bestimmter Art die Feldstärke an der Oberfläche ausrechnen.

Freiburg i. B., Math.-physik. Institut.

(Eingegangen 24. Oktober 1927.)

Das magnetische Feld einer räumlichen Strömung bei linearer Stromquelle

Von H. Jensen.

Es wird das magnetische Feld eines Stromes, der in einer ebenen Platte beliebiger Dicke radial von einer linearen Elektrode abfließt, an der Oberfläche der Platte berechnet.

Die wenigen Fälle, für die das magnetische Feld räumlicher Ströme bekannt ist[1]), seien hier ergänzt durch die Berechnung des Feldes, das ein Strom hervorruft, der in einer unendlich ausgedehnten, planparallelen, homogenen isotropen Platte fließt, und der als Quelle eine zur Plattenfläche senkrechte Gerade hat, deren Länge gleich der Plattendicke ist. Das Feld an der Oberfläche der Platte wird berechnet.

Durch Grenzübergänge ergeben sich dann:

1. das Feld eines Flächenstromes einer punktförmigen Quelle,
2. das Feld eines Stromes im Halbraum mit unendlich langer linearer Elektrode.

Die Platte sei parallel zur xy-Ebene und habe die Dicke $\overline{OQ} = h$. $\overline{OQ}$ sei die Quellgerade.

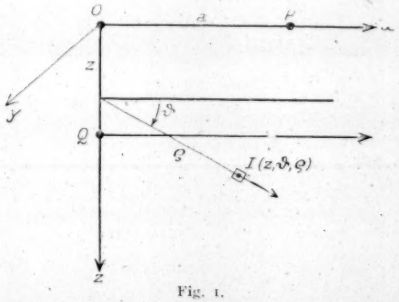


Fig. 1.

a der Abstand des Aufpunktes P, durch den die x-Achse gelegt wird, vom Ursprung. Der Gesamtstrom sei $2\pi J = 2\pi \cdot A \cdot h$; die Stromdichte im senkrechten Abstand 1 von der z-Achse ist also $= A$. Nach elementaren geometrischen Sätzen liefert dann das Biot-Savartsche Gesetz für die magnet. Feldstärke den Ausdruck in Zylinderkoordinaten z, ϱ, ϑ, (s. Fig. 1; ϑ von der posit. x- bis zur posit. y-Richtung gezählt):

$$\left.\begin{aligned} H_x &= 0 \\ H_z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad H_y = 2A \int_{\varrho=0}^{\infty} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{z=0}^{h} \left(\frac{d\varrho \cdot \cos\vartheta \, d\vartheta \cdot z \cdot dz}{\sqrt{a^2 + z^2 + \varrho^2 - 2a\varrho\cos\vartheta}} \right)^3 \tag{1}$$

$$H_x = 2A \int_{z=0}^{h} z\,dz \int_{\vartheta=0}^{\pi} \cos\vartheta \, d\vartheta \left[\frac{\varrho - a\cos\vartheta}{(z^2 + a^2\sin^2\vartheta)\sqrt{a^2 + z^2 + \varrho^2 - 2a\varrho\cos\vartheta}} \right]_{\varrho=0}^{\varrho=\infty}$$

$$H_y = 2A \int_0^h z\,dz \int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta \, d\vartheta}{z^2 + a^2\sin^2\vartheta} + 2Aa \int_0^h z\,dz \int_0^{\pi} \frac{\cos^2\vartheta \, d\vartheta}{(z^2 + a^2\sin^2\vartheta)\sqrt{z^2 + a^2}}.$$

Der erste Summand verschwindet bei der Integration nach ϑ, da der Wert des Integrals von 0 bis $\pi/2$ entgegengesetzt gleich dem Wert von $\pi/2$ bis π.

Der zweite ergibt nach z integriert (durch die Substitution $x = \sqrt{z^2 + a^2}$ und dann Partialbruchzerlegung nach Linearfaktoren in x):

$$H_y = 2A \int_0^{\pi/2} d\vartheta \cdot \cos\vartheta \cdot \ln \frac{\left(\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + 1} - \cos\vartheta\right)(1 + \cos\vartheta)}{\left(\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + 1} + \cos\vartheta\right)(1 - \cos\vartheta)}. \tag{2}$$

1) Vgl. J. Koenigsberger, Physik. Zeitschr. **28**, 342, 1927.

Für beliebiges $h:a$ läßt sich das Integral wohl kaum anders als graphisch auswerten; nur in zwei Fällen läßt sich die Integration direkt ausführen.

I. Fall: $\left(\frac{h}{a}\right)^2 \ll 1$, das soll bedeuten, daß im Endresultat $\left(\frac{h^2}{a^2}\right)$ neben 1 vernachlässigt ist. Erfüllt ist das bei geringer Plattendicke, oder auch, wenn der Aufpunkt von der Stromquelle hinreichend entfernt ist. (Grenzfall: 1 (s. o.), $\lim (h:a) = 0$.)

II. Fall: $a:h \leqq 0{,}7$. Dann läßt sich die Integration exakt ausführen. 0,7 erfüllt noch gerade die Ungleichung:

$$\frac{a}{h} + \left| \sum_{n=1}^{\infty} \binom{1/2}{n} \frac{a^{2n}}{h^{2n}} \right| = \frac{a}{h} + \sqrt{1 + \frac{a^2}{h^2}} - 1 \leq 1 \quad \text{(vgl. (8a) ff.)} \tag{3}$$

Erfüllt ist das in der Nähe der Quellgeraden, $\lim h:a = \infty$ gibt den Grenzfall (2).

I. Fall. Wir machen gerade die obengenannte Vernachlässigung, wenn wir für die Wurzel in Gl. (2) schreiben: $1 + \frac{1}{2}\frac{h^2}{a^2}$; man kann dann Gl. (2) umformen in:

$$H_y = 2A \int_{\vartheta=0}^{\pi/2} d\vartheta \cos\vartheta \ln\left(1 + \frac{h^2}{a^2} \frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}\right). \tag{4}$$

Nun wähle man ein $\vartheta_0 = \arcsin\left(\frac{h}{a}\right)$; dann ist für $\vartheta \geqq \vartheta_0$ der ln in (4) in eine gleichmäßig konvergente Reihe nach Potenzen von $\frac{h^2}{a^2}\frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}$ zu entwickeln, und aus (4) wird:

$$H_y = 2A \int_{\vartheta=0}^{\vartheta_0} d\vartheta \cos\vartheta \ln\left(1 + \frac{h^2}{a^2}\frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}\right) + 2A \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \int_{\vartheta_0}^{\pi/2} d\vartheta \cos\vartheta \cdot \frac{h^{2n}}{a^{2n}} \frac{\cos^n\vartheta}{\sin^{2n}\vartheta}. \tag{5}$$

Der zweite Ausdruck bietet keine Schwierigkeiten mehr; er ergibt ausgerechnet:

$$\frac{h}{a}\left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(2n-1)}\right] - \frac{h}{a}\frac{\pi}{2}, \tag{5a}$$

die höheren Potenzen von $h:a$ sind wieder vernachlässigt. Das erste Integral in (5) läßt sich angenähert bestimmen. Wir machen die Substitution:

$$\sin\vartheta = x;\ \cos\vartheta = \sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{x^2}{2} \tag{5b}$$
$$(0 \leqq \vartheta \leqq \vartheta_0).$$

Das bedeutet in der Rechnung eine kleine Vernachlässigung in den Faktoren von $h:a$.

Das erste Integral in (5) wird dann:

$$\int_{x=0}^{x_0} dx \ln\left(1 - \frac{h^2}{2a^2} + \frac{h^2}{a^2}\frac{1}{x^2}\right) = \int_{x=0}^{x_0} dx \ln\left(1 + \frac{h^2}{a^2}\frac{1}{x^2}\right), \tag{6}$$

bis auf Größen der Ordnung $\left(\frac{h}{a}\right)^3$ im Endresultat.

Die Substitution $z = 1 + \frac{h^2}{a^2}\frac{1}{x^2}$ führt zu:

$$-\frac{h}{2a}\int_{z=0}^{z_0} \frac{dz \ln z}{(\sqrt{z-1})^3}; \quad z_0 = 2; \tag{6a}$$

partiell integriert:

$$\frac{h}{2a}\left[\frac{2\ln z}{\sqrt{z-1}}\right]_{z=\infty}^{z=2} - \frac{h}{a}\int_{z=\infty}^{z=2} \frac{dz}{z\cdot\sqrt{z-1}} \tag{6b}$$

Der erste Ausdruck hat den Wert $\frac{h}{a}\lg 2$; im Integral substituieren wir $v = \sqrt{z-1}$ und erhalten:

$$-\frac{h}{a}\int_{\infty}^{1} \frac{2\,dv}{v^2+1} = -\frac{h}{a} 2\left[\operatorname{arc\,tg} v\right]_{\infty}^{1} = \frac{h}{a}\cdot\frac{\pi}{2}; \tag{6c}$$

aus (5), (5a), (6b), (6c) ergibt sich dann:

$$H_y = 2A\frac{h}{a}\left\{\ln 2 + \frac{\pi}{2} + 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(2n-1)}\right\} - \frac{h}{a}\frac{\pi}{2}.$$

Der numerische Faktor von $2A\,\frac{h}{a}$ beträgt 3,144 .., wir nennen ihn $\lambda\pi$. λ ist somit nur um $^1/_{1000}$ von 1 verschieden, daß es nicht exakt $= 1$ ist, dürfte wohl auf die Vernachlässigung in Gl. (5b) zurückzuführen sein. Der Faktor der nächsten Potenz von $h:a$ liegt seinem Betrage nach, wie eine grobe Schätzung ergab, zwischen 0 und 10.

Wir erhalten so:

$$H_y = \frac{2\pi A\,h}{a}\,\lambda\left[1 - \frac{1}{2\lambda}\,\frac{h}{a}\right] = \frac{2\pi J}{a}\left[\lambda - \frac{1}{2}\,\frac{h}{a}\right]. \tag{7}$$

Im Grenzfall des Stromes in einer Fläche, der von einer punktförmigen Quelle herrührt, folgt daraus:

$$H_y = \frac{2\pi J}{a}\cdot\lambda,$$

bis auf den Faktor λ, der wohl $= 1$ sein dürfte, genau derselbe Wert wie für das Feld eines Stromes von gleicher Gesamtintensität im isotropen Halbraum, der an der Oberfläche einen Quellpunkt hat[1]).

II. Fall. Man trennt Gl. (2) in:

$$H_y = 2A\int_0^{\pi/2} d\vartheta\,\cos\vartheta\,\ln\left(\frac{1+\cos\vartheta}{1-\cos\vartheta}\right) + 2A\int_0^{\pi/2} d\vartheta\,\cos\vartheta\,\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{h^2}{a^2}+1}-\cos\vartheta}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2}+1}+\cos\vartheta}\right) \tag{8}$$

das erste Integral hat den Wert π (Beweis im Anhang), das zweite läßt sich schreiben als:

$$\int_0^{\pi/2}\cos\vartheta\,\ln\left(\frac{\frac{h}{a}\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}-\cos\vartheta}{\frac{h}{a}\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}+\cos\vartheta}\right)d\vartheta = \int_0^{\pi/2} d\vartheta\,\cos\vartheta\,\ln\left(\frac{\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}-\frac{a}{h}\cos\vartheta}{\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}+\frac{a}{h}\cos\vartheta}\right). \tag{8a}$$

Die Wurzel $\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)^{1/2}$ entwickelt man nach Potenzen von $a:h$; dann ist die Ungleichung (3) gerade die Bedingung für die Entwickelbarkeit des Logarithmus in (8a) nach Potenzen von

$$\left(\frac{a}{h}\cos\vartheta + \sum_{n=1}^{\infty}\binom{1/2}{n}\frac{a^{2n}}{h^{2n}}\right).$$

Es sind dann nur noch Integrationen über Potenzen von $\cos\vartheta$ auszuführen, und das Integral (8a) läßt sich ohne Vernachlässigungen als Potenzreihe in $(a:h)$ darstellen.

Wir haben in der weiteren Rechnung immer $\left(\frac{a}{h}\right)^2$ neben 1 vernachlässigt. Dann schreibt sich (8a) als

$$2\,\frac{a}{h}\int_0^{\pi/2} d\vartheta\cdot\cos^2\vartheta = \frac{a}{h}\cdot\frac{\pi}{2}$$

und aus (8) und (8a) folgt:

$$H_y = 2\pi A\left[1 - \frac{1}{2}\,\frac{a}{h}\right] = \frac{2\pi J}{h}\left[1 - \frac{1}{2}\,\frac{a}{h}\right]. \tag{9}$$

Wenn man die Rechnung in dem oben angegebenen Sinne weitertreibt, so findet man für den Koeffizienten von $\left(\frac{a}{h}\right)^2$ den Wert 0, für den von $\left(\frac{a}{h}\right)^3$ den Wert $\pi\cdot A$. Daraus läßt sich die Genauigkeit der Näherungsformel (9) abschätzen.

Die Feldstärke ist in der Umgebung der Quellgeraden, ihrem Betrage nach, in erster Näherung konstant. Sie steht, wie immer, senkrecht auf der Verbindungsgeraden $\overline{OP}$.

Wenn sich der Aufpunkt der Quellgeraden nähert, wächst die Stromdichte unter ihm stark an, und damit müßte auch die magnetische Feldstärke zunehmen; diese Zunahme wird offenbar dadurch kompensiert, daß die Stromelemente, die zur xy-Ebene symmetrisch liegen, sich in ihrer magnetischen Wirkung immer mehr aufheben, und aus diesem Grunde die Feldstärke abnehmen müßte.

Geht man durch den Nullpunkt hindurch so tritt Vorzeichenwechsel der Feldstärke ein; nach (9) springt sie von dem Wert $2\pi A$ auf $-2\pi A$; diese Unstetigkeit rührt daher, daß wir den Querschnitt der Elektrode als unendlich klein angenommen haben.

Der Grenzfall $\lim(h:a) = \infty$ bedeutet einen Strom im Halbraum, dessen Quelle eine unendlich lange Elektrode ist. Bleibt die Gesamtintensität des Stromes endlich, so verschwindet H.

1) Vgl. J. Koenigsberger, zit. a. a. O.

Anhang.

Auswertung von $\int_0^{\pi/2} d\vartheta \cos\vartheta \ln\frac{1+\cos\vartheta}{1-\cos\vartheta}$. Konvergenzbeweis: wir wählen ein beliebiges, kleines $\vartheta_0 < 0$ und schreiben den kritischen Teil als:

$$\int_0^{\sin\vartheta_0 = x_0} dx \cdot \ln\left(1-\sqrt{1-x^2}\right) + \int_{\vartheta_0}^{\pi/2} \cos\vartheta \cdot \ln(1-\cos\vartheta)\, d\vartheta. \tag{10}$$

Das zweite Integral existiert, weil im Intervall $\vartheta_0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ der Integrand stetig ist; das erste Integral läßt sich mit einem Fehler von der Größenordnung ϑ_0 schreiben als:

$$\int_0^{x_0} dx \ln\left(\frac{x^2}{2}\right) = 2\int_0^{x_0} \ln(x)\, dx - \int_0^{x_0} dx \cdot \ln 2 = 2x_0\left(\ln(x_0) - 1 - \ln 2\right);\ x_0 = \sin\vartheta_0. \tag{11}$$

Also auch ein endlicher Wert. Übrigens geht (11) mit ϑ_0 gegen o, davon werden wir unten Gebrauch machen.

$$\text{In} \qquad \int_0^{\pi/2} \cos\vartheta \ln\left(\frac{1+\cos\vartheta}{1-\cos\vartheta}\right) d\vartheta = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} \cos\vartheta \ln\left(\frac{1+\cos\vartheta}{1-\cos\vartheta}\right) d\vartheta = K \tag{12}$$

substituieren wir: $z = e^{i\vartheta}$ und erhalten:

$$K = -\frac{1}{4}\frac{i}{2}\int \frac{dz}{z}\left(z+\frac{1}{2}\right)\ln\left(-\frac{(z+1)^2}{(z-1)^2}\right) = -\frac{i}{4}\int dz\left(1+\frac{1}{z^2}\right)\ln\left(\pm i\,\frac{z+1}{z-1}\right) \tag{12a}$$

erstreckt über den Einheitskreis der komplexen Ebene. Die Pole des Integranden liegen in $z = 0, \pm 1$. Wir zerlegen den Integrationsweg folgendermaßen (s. Fig. 2):

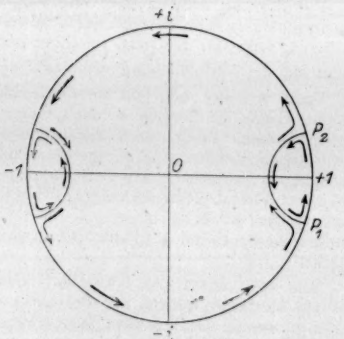


Fig. 2.

1. Wir vermeiden zunächst die singulären Punkte auf dem Einheitskreis, indem wir den angedeuteten Umweg machen („innere" Pfeile).

2. Sodann addieren wir dazu die beiden restlichen Integrale („äußere" Pfeile). Von diesen zeigt eine einfache Grenzbetrachtung (s. u.), daß sie keinen Beitrag liefern. Es bleibt also nur das Integral längs der „inneren" Pfeile übrig. Dieses wertet man in der üblichen Weise aus[1]), indem man den Integranden in eine Potenzreihe nach z entwickelt und gliedweis integriert, so ergibt sich: $K = -\frac{i}{4} \cdot 2 \cdot 2\pi i = \pi$.

Daß die restlichen Integrale keinen Beitrag liefern, zeigt man, z. B. für den Weg durch $+1$, folgendermaßen: Wir wählen als Integrationsweg das Bogenstück des Kreises vom Radius ε um den Punkt $+1$. Dann ist

$$\left|\int\left(1+\frac{1}{z^2}\right)\ln(z-1)\,dz\right| \leq (2+\varepsilon^2)(\ln\varepsilon + 2\pi)\cdot\varepsilon\pi.$$

Das geht mit ε gegen o.

Von dem Stück des Einheitskreises zwischen P_1 und P_2 haben wir schon im Konvergenzbeweis gezeigt, daß das Integral mit $\varepsilon = \sin\vartheta_0$ gegen o konvergiert. Nun hängt das Gesamtintegral (12) nicht vom Umweg ab, wenn also der Überschuß über π durch geeignete Wahl des Umwegs beliebig klein gemacht werden kann, so muß das Integral (12) exakt $= \pi$ sein; wie oben behauptet wurde.

Zusammenfassung.

Das magnet. Feld eines Stromes in einer Platte mit einer zur Oberfläche senkrechten Geraden

[1]) Vgl. z. B. A. Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien 4, 744 ff.

als Quelle, ist für die Oberfläche der Platte durch einen geschlossenen Ausdruck darzustellen.

1. Wenn das Verhältnis der Plattendicke h zum Abstand a des Aufpunktes von der Quelle klein gegen 1 ist, ist $H = \frac{2\pi J}{a}\lambda\left[1 - \frac{1}{2\lambda}\frac{h}{a}\right]$. ($J$ ist der Gesamtstrom; der Faktor λ ist höchstens um $1^0/_{00}$ von 1 verschieden); hierbei ist $\frac{h^2}{a^2}$ vernachlässigt worden. Der Grenzübergang $\lim h = 0$ liefert als exakten, überall gültigen Ausdruck für das Feld eines Flächenstroms mit Punktelektrode: $H = \frac{2\pi J}{a}\cdot\lambda$.

2. Wenn das Verhältnis größer ist als 1 : 0,7, ist $H = \frac{2\pi J}{h}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{a}{h}\right]$. Es ist $\frac{a^2}{h^2}$ vernachlässigt worden. Die Potenzreihe in $\frac{a}{h}$ kann ohne Schwierigkeit beliebig fortgesetzt werden.

Die Berechnungen führte ich auf Anregung von Herrn Prof. Koenigsberger durch; es freut mich, daß ich ihm an dieser Stelle meinen Dank aussprechen kann für das Interesse, das er meiner Arbeit entgegengebracht hat.

Freiburg, Math.-physikal. Institut, Oktober 1927.

(Eingegangen 24. Oktober 1927.)

Die Zweideutigkeit der geodätischen Bewegung in der Gravitationstheorie Einsteins.

Von Sites C. Kar.

1. In einer kürzlich in dieser Zeitschrift erschienenen Arbeit[1]) habe ich, von dem neuen dort erörterten Gesichtspunkte des Geschwindigkeitsachsensystems ausgehend, unter anderem das Folgende gezeigt: Wenn die Maßformel wie $ds^2 = g_{\mu\nu}\,dx^\mu\,dx^\nu$ lauten soll, wird die Punktbewegung allgemeinster Art durch die kontravarianten Gleichungen

$$\ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}})\,\dot{x}_s = 0$$

gegeben, wenn für jene Bewegung das Verschwinden der Beschleunigung maßgebend ist. Die entsprechenden kovarianten Gleichungen heißen demnach

$$\ddot{x}_\nu - (\Omega_{\nu s} - \omega_{\overline{\nu s}})\,\dot{x}_s = 0,$$

wobei $\Omega_{\nu s} = \frac{1}{2}\frac{dg_{\mu\nu}}{ds}$ ist und $\omega_{\overline{\nu s}}$ einen antisymmetrischen Teinsor[1]) darstellt. Wenn keine elektromagnetische Wirkung vorhanden ist, muß man

$$\omega_{\overline{\nu s}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu}\right)\dot{x}^l$$

setzen. Damit geht die Bewegungsgleichung in die geodätische Bewegung Einsteins über, weil dann die kovariante Gleichung die Einsteinsche Gestalt annimmt, nämlich

$$\ddot{x}_\nu - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{\nu s}}{dx^l} + \frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s}\right]\dot{x}^l\dot{x}^s = 0.$$

Nach der Betrachtungsweise, die in der eben erwähnten Arbeit entwickelt worden ist, erfährt das Geschwindigkeitsachsensystem durch $\Omega_{\nu s}$ eine symmetrische Verstellung, durch $\omega_{\overline{\nu s}}$ hingegen eine Rotation, die jedoch von $g_{\mu\nu}$ usw. abhängt. Jetzt ist offenbar die Vermutung naheliegend, daß eine Bewegungsart, bei der die Rotation $\omega_{\overline{\nu s}}$ das gleiche Maß besitzt, jedoch in entgegengesetztem Sinne erfolgt, prinzipiell mit der Einsteinschen geodätischen Bewegung verbunden sein muß. Bei dieser Bewegungsart muß offenbar die kovariante Gleichung, wie folgt, heißen

$$\ddot{x}_\nu - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{\nu s}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{\nu l}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu}\right]\dot{x}^l\dot{x}^s = 0.$$

Nun zeigt es sich, wie im folgenden Abschnitt dargetan wird, daß diese Gleichung tatsächlich eine zweite geodätische Linie darstellt und zwar die, die man erhalten würde, wenn man die kovarianten und die kontravarianten Koordinaten als etwa gleichberechtigt betrachtete und beim Extremumverfahren Einsteins die kovarianten Koordinaten statt der kontravarianten als die zu variierenden unabhängigen Variabeln gelten ließe. Es ist ja ersichtlich, daß beim Einsteinschen Extremumverfahren die kontravarianten Koordinaten in der Tat bevorzugt gewesen sind. Der Umstand, daß die $g_{\mu\nu}$ usw. durchaus als Funktionen der kontravarianten Koordinaten gedacht werden, ist ganz unwesentlich, da es bei der Durchführung des Extremums nicht auf die Koordinaten, sondern auf ihre Variationen ankommt.

2. Wie üblich, führen wir das Integral $\int_A^B (g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu)\,ds$ zum Extremum. Also

$$0 = \int_A^B \delta\,(g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu)\,ds$$
$$= \int_A^B \left[\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^l}\,\delta x^l\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu + 2g_{\mu\nu}\delta\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu\right]ds.$$

[1]) Die Elektrodynamik im Gefüge der Einsteinschen Gravitationstheorie. Diese Zeitschrift **28**, 610, 1927.

[1]) Die Bezeichnung „Teinsor" wurde von mir zum erstenmal in der oben zitierten Arbeit eingeführt und definiert derart, daß er entweder einen Tensor oder einen Pseudotensor bedeutet. — Nachtrag bei Korrektur: Leider ist bei der Drucklegung der genannten Arbeit die Bezeichnung „Teinsor" versehentlich zum Tensor verdruckt worden. Vgl. Berichtigung S. 808.

Nun ersetzen wir — jetzt vom gewöhnlichen Verfahren abweichend — $\delta(\dot{x}^\mu) = \delta(g^{\mu m}\dot{x}_m)$ und erhalten

$$0 = \int_A^B \left[\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^l}\delta x^l \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu + 2 g_{\mu\nu} g^{\mu m}\delta(\dot{x}_m)\dot{x}^\nu + 2 g_{\mu\nu}\frac{\partial g^{\mu m}}{\partial x^l}\delta x^l \dot{x}_m \dot{x}^\nu \right] ds.$$

Weil $g_{\mu\nu}\delta x^\mu \delta x^\nu = \delta s^2$ (eine Invariante) sein muß, ersetzen wir noch δx^l durch $g^{kl}\delta x_k$. Man erhält hiernach für die geodätische Linie die Gleichung

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^l} g^{kl}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu - 2\ddot{x}^k + 2 g_{\mu\nu}\frac{\partial g^{\mu m}}{\partial x^l} g^{kl}\dot{x}_m \dot{x}^\nu = 0,$$

wenn man die kovarianten Variationen δx_k als die willkürlichen Größen betrachtet. Wenn man jetzt jene Gleichung unter Benutzung der Identitäten:

$$\text{(I)}\quad g^{\mu\nu} g_{\mu s} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ bzw. } \begin{matrix} \nu = s \\ \nu \neq s \end{matrix},$$

$$\text{(II)}\quad \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^l} = -\, g^{k\nu} g^{m\mu}\frac{\partial g_{km}}{\partial x^l}$$

vereinfacht, so nimmt sie die Gestalt an

$$\ddot{x}^k + \frac{1}{2} g^{kl}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^l}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0$$

oder

$$\ddot{x}^k + \frac{1}{2} g^{kl}\left[\frac{\partial g_{\mu l}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^l} - \frac{\partial g_{\nu l}}{\partial x^\mu}\right]\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0.$$

Das ist die kontravariante Gleichung der zweiten geodätischen Linie. Hieraus erhält man leicht die entsprechende kovariante Gleichung nach dem üblichen Verfahren, wie folgt:

$$g_{ks}\ddot{x}^k + \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^s}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0$$

oder

$$g_{ks}\frac{d}{ds}(\dot{x}_m g^{km}) + \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^s}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0$$

oder

$$\ddot{x}_s - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{\mu s}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu s}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu l}}{\partial x^s}\right]\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0$$

oder nach geänderter Benennung der Indizes

$$\ddot{x}_\nu - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{s\nu}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{sl}}{\partial x_\nu}\right]\dot{x}^l \dot{x}^s = 0.$$

Damit erhält unsere Vermutung, daß es eine zweite geodätische Linie gebe, vollständige Bestätigung.

3. Zum Schluß sei besonders hervorgehoben, daß bei der Einsteinschen geodätischen Linie die Bevorzugung der kontravarianten Koordinaten dadurch geschieht, daß beim Extremumverfahren die Gleichung

$$\delta\left(\frac{dx^\mu}{ds}\right) = \frac{d}{ds}(\delta x^\mu)^1)$$

aufgestellt und zu Hilfe genommen wird. An Stelle jener Gleichung tritt bei uns, wie es leicht einzusehen ist, die Gleichung

$$\delta\left(\frac{dx_\mu}{ds}\right) = \frac{d}{ds}(\delta x_\mu),$$

welche keineswegs mit jener Gleichung zusammenfällt, jedoch erforderlich ist, wenn man die kovarianten Koordinaten die Rolle der zu variierenden unabhängigen Variabeln spielen lassen will.

Eine physikalische Bedeutung der hier besprochenen zweiten geodätischen Linie vermag ich aber bisher nicht anzugeben. Zu bemerken ist nur, daß schon in der elementaren Dynamik das Einsteinsche Verfahren (nicht das unsrige) dasjenige ist, das den richtigen Ausdruck der Bewegungsgleichung liefert. Doch ist der oben erbrachte Nachweis der Existenz einer zweiten geodätischen Linie deswegen von Interesse, weil hierdurch gezeigt wird, daß der geodätischen Bewegung an sich kaum eine besondere Bedeutung zukommt.

Zusammenfassung: Es ist hier folgendes bewiesen worden: Außer der Einsteinschen geodätischen Bewegung, die entweder durch die kontravariante Gleichung

$$\ddot{x}^\nu + \frac{1}{2} g^{\nu k}\left[\begin{matrix} ls \\ k \end{matrix}\right]\dot{x}^l \dot{x}^s = 0$$

oder durch die kovariante Gleichung

$$\ddot{x}_\nu - \frac{1}{2}\left[\begin{matrix} l\nu \\ s \end{matrix}\right]\dot{x}^l \dot{x}^s = 0$$

gegeben wird, besteht eine zweite geodätische Bewegung, deren kontravariante bzw. kovariante Gleichung wie

$$\ddot{x}^\nu + \frac{1}{2} g^{\nu k}\left[\begin{matrix} lk \\ s \end{matrix}\right]\dot{x}^l \dot{x}^s = 0$$

bzw.

$$\ddot{x}_\nu - \frac{1}{2}\left[\begin{matrix} ls \\ \nu \end{matrix}\right]\dot{x}^l \dot{x}^s = 0$$

lautet. Dabei ist der Klammerausdruck $\left[\begin{matrix} l\nu \\ s \end{matrix}\right]$ wie $\left[\frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu s}}{\partial x^l} - \frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s}\right]$ zu verstehen.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **49**, 769, 1916.

Kalkutta, University College of Science, 8. September 1927.

(Eingegangen 25. September 1927.)

Versuche über die Resonanz der Reststrahlen und der kürzesten Hertzschen Wellen.

Von M. A. Lewitsky.

Die kürzesten Hertzschen Wellen, welche in der letzten Zeit beobachtet wurden, greifen schon in das Gebiet der Reststrahlen einiger Kristalle über. So haben Th. Liebisch und H. Rubens[1]) für $CaCO_3$ die Reststrahlen von 28—30,4 μ und 94 μ entdeckt, während in meinen Versuchen mit den kleinsten Hertzschen Oszillatoren[2]) die Wellenlängen 32 μ und 92 μ erhalten wurden. Frau A. A. Glagolewa-Arkadiewa[3]) hat Hertzsche Wellen von 81,8 μ und 90 μ festgestellt.

Es entsteht natürlich die Aufgabe, die beiden Gebiete zusammenzubringen. Die Arbeiten in dieser Richtung sind schon von H. Rubens angefangen. Noch im Jahre 1896 machte H. Rubens den Versuch[1]) über die Resonanz der kleinsten metallischen Oszillatoren mit den Schwingungen der Reststrahlen, indem er ein System von solchen Oszillatoren zur Reflexion von filtrierten Flußspatstrahlen benutzte. In unserer Zeit, wo die Eigenschwingungen des Oszillatorensystems als echte Hertzsche Schwingungen der Messung zugänglich geworden sind, wird es von Interesse sein, die Rubensschen Versuche von neuerem Standpunkte zu wiederholen.

Andererseits konnte man auch umgekehrt versuchen, die Reststrahlen mittels der kleinsten Hertzschen Wellen zu erregen. Beide Versuche sollten aufklären, inwieweit die Eigenschaften der beiden Gebiete vom Standpunkte der optischen Gesetze identisch sind.

Mit einem System von Oszillatoren, das ich in der vorigen Arbeit als System II bezeichnet hatte, erhielt ich Strahlen folgender Wellenlängen:

Wellenlänge:	32 μ	75	92	136	187	270	305	330	432	470 μ
Intensität:	1	2	1,5	4	3	3,5	3	3,5	2	2

Fig. 1 zeigt ein Bild vom System II in einer ca. 10fachen Vergrößerung.

Meine Absorptionsversuche mit dem System II als Strahlungsquelle ergaben folgende Tabelle für die Durchsichtigkeit verschiedener Materialien:

Material	Dicke der Schicht	Durchsichtigkeit	Nach Rubens[4]) Dicke der Schicht	Nach Rubens[4]) Durchsichtigkeit
Glas . . .	2 mm	70 Proz.	0,18 mm	26 Proz.
Paraffin .	1 cm	90 „	3 „	85,5 „
Steinsalz	5 mm	40 „	1,29 „	22 „
Glimmer	0,9 „	50 „	0,06 „	55 „
Kalkspat	1,7 „	∥ 40 „	5 „	∥ 24 „ ⊥ 29 „
Wasser .	0,1 „	10 „	0,02 „ 0,04 „	62 „ 40 „

Wir sehen, daß $CaCO_3$ nach meinen, wie auch nach den Rubensschen Versuchen, eine bedeutende Absorption im Gebiete langer Wellen zeigt. Die Rubensschen Versuche zeigen, daß die Absorption nicht nur den Wellenlängen 30 und 92 μ zugeschrieben werden darf, sondern daß $CaCO_3$ auch einen Absorptionsstreifen zwischen 100 μ und 300 μ besitzt für Strahlen, die wahrscheinlich nahe den Strahlen meines Systems II sind. Es war daher zu vermuten, daß Kalkspat sehr passend sein würde für Resonanzversuche mit den Wellen meines Systems.

Für meine Versuche bediente ich mich einer ⊥ der optischen Achse geschnittenen Kalkspatplatte,

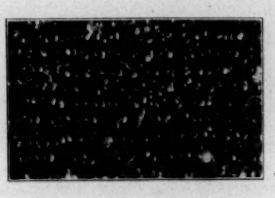


Fig. 1.

die 1,7 mm dick war und die eine reflektierende Fläche von der Größe 2×2 cm^2 hatte. Ich habe die Reststrahlen dieser Platte gemessen, indem ich die Einrichtung der Apparate benutzte, die auf Fig. 2 skizziert ist, mit dem Unterschiede, daß die Platte P fehlte und die Strahlen von der Kalkspatplatte K direkt zum Diffraktionsgitter G gingen. Auf das Thermoelement T (Bi/Te) fiel schließlich ein verkleinertes Bild des Nernststiftes N, welches schief zu den

1) Th. Liebisch u. H. Rubens, Berl. Ber. 1918, S. 198.
2) M. Lewitsky, Physik. Zeitschr. **27**, 177, 1926.
3) A. A. Glagolewa-Arkadiewa, Zeitschr. f. Phys. **24**, 161, 1924.
4) Für die Quecksilberlampenstrahlung. H. Rubens u. O. v. Baeyer, Berl. Ber. **32**, 341, 1911.

1) H. Rubens, Berl. Ber. **33**, 1393, 1896; Ann. d. Phys. **60**, 456, 1897.

Drähten des Thermoelementes lag, so daß die Breite des Bildes in der Richtung der Bewegung des Thermoelementes fast 1 mm betrug. Die Lötstelle des Thermoelementes war auch 1 mm breit; es waren dicke Drähte benutzt, um den Widerstand zu verringern. Die Lötstelle befand sich in Luft und das Thermoelement wurde von

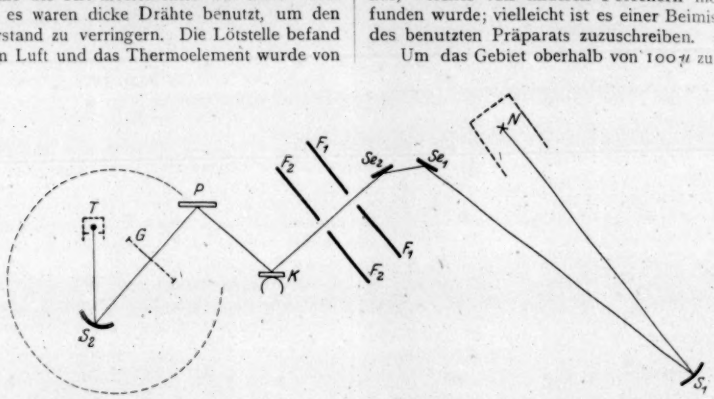


Fig. 2.

einem schwarzen Kasten umgeben, so daß die Strahlen nur durch einen Spalt hereinkamen. Das Thermoelement wurde in der Brennebene von S_2 mittels einer Mikrometerschraube verschoben und dadurch wurde die Wellenlänge gemessen. Die Gitterkonstante betrug meistens 0,48 mm. Die Messung wurde also nach der Einplatten-

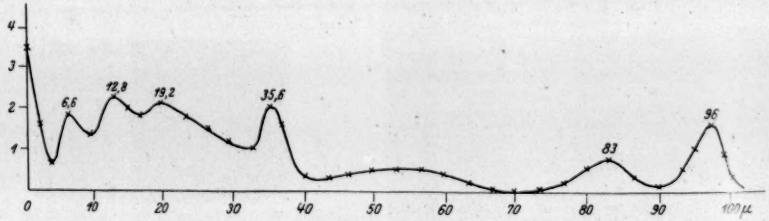


Fig. 3.

Methode ausgeführt, die von Czerny[1]) beschrieben wurde. Man sollte hier die Reststrahlen des außerordentlichen Strahles erhalten. In F_1 und F_2 befanden sich passende Strahlenfilter, die entweder gehoben oder gesenkt werden konnten. Das Galvanometer war dasselbe, welches ich in meinen früheren Arbeiten benutzte.

Die Kurve, welche ich für die Reststrahlen von Kalkspat erhalten habe, zeigt Fig. 3. Das Maximum 6,6 μ und der Absorptionsstreifen

1) M. Czerny, Zeitschr. f. Phys. **16**, 321, 1924.

10—20 μ entsprechen den bekannten Messungen[1]). Die stärksten Maxima liegen bei 35,6 μ und bei 96 μ. Es tritt noch ein Maximum bei 83 μ auf, welches von anderen Forschern nicht gefunden wurde; vielleicht ist es einer Beimischung des benutzten Präparats zuzuschreiben.

Um das Gebiet oberhalb von 100 μ zu untersuchen, nahm ich das Gitter mit der Konstante 4,4 mm. Leider ließ dieses Gitter sehr wenig Energie durch, so daß die Messungen nicht sicher wurden. Die erhaltene Kurve zeigt Fig. 4. Hier haben wir in der Tat ein Anzeichen der Absorption in $CaCO_3$ zwischen 135 μ und 220 μ.

Um die Reflexion der Reststrahlen vom System der Oszillatoren II zu untersuchen, stellte ich über der Kristallplatte K eine Glasplatte P auf, auf welcher das System II (Fig. 1) in Kanadabalsam eingebettet war. Die Platte P konnte man durch eine andere Platte ersetzen, auf welcher ein Spiegel auf derselben Stelle sich befand, wo das Oszillatorensystem liegen müßte. Dieser Spiegel diente zur Fokussierung. Bei den Versuchen lagen die Reihen der Oszillatoren parallel den reflektierten (unsichtbaren) Schwingungen.

2) Cl. Schäfer u. M. Thomas, Zeitschr. f. Phys. **12**, 330, 1923.

Die Kurve, welche ich mit denselben Filtern, wie bei Fig. 3, erhalten habe, zeigt Fig. 5.

Wenn die Oszillatorenreihen in ihrer Fläche um 90° gedreht wurden, bekam man, obwohl viel schwächer, eine ähnliche Kurve, was wohl durch die unvollkommene Polarisation der Strahlen zu erklären ist.

Wenn man die Kurven Fig. 3 und Fig. 5 miteinander vergleicht, bemerkt man sogleich eine eigentümliche Änderung in der Intensität

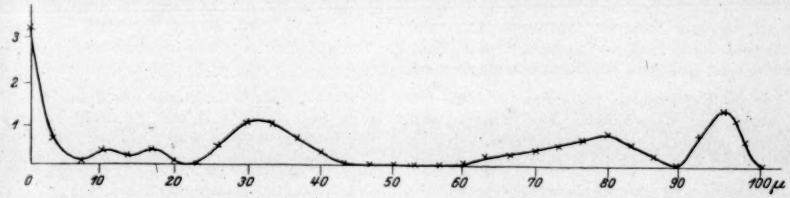


Fig. 4.

der Maxima. Die Maxima von 6,6 μ und 35,6 μ sind verschwunden. Der Streifen 11—20 μ ist sehr schwach geworden. Dagegen finden wir ein neues Maximum bei 30 μ mit der Ordinate, die nahezu gleich der entsprechenden Ordinate in Fig. 3 ist. Das Maximum von 96 μ ist etwas nach kürzeren Wellenlängen verschoben und schwächer geworden, das Maximum bei 83 μ ist auch nach links verschoben, besitzt aber fast die frühere Intensität.

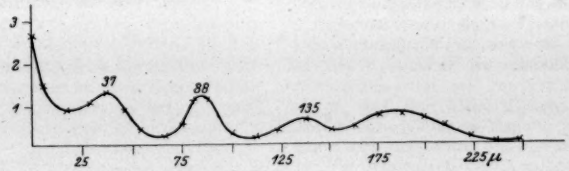


Fig. 5.

Erinnern wir uns an die Zusammenhänge von Reflexions- und Absorptionsmaximum, die wir in der Optik haben, so scheinen uns die erwähnten Änderungen in groben Zügen erklärt zu sein.

T. H. Havelock[1]) hat rechnerisch gezeigt, daß das Maximum von $n\varkappa$ bei kleineren Wellenlängen liegen soll, als die Wellenlänge λ_1, welche den resonierenden Teilchen im Medium entspricht. Was das Reflexionsmaximum betrifft, so liegt dieses, im Falle bedeutender Absorption, zwischen dem Maximum von $\varkappa$ und $n\varkappa$ und allgemein bei kleineren Wellenlängen als das Absorptionsmaximum. Da das letzte mit dem

1) T. H. Havelock, Proc. Roy. Soc. London **84**, 512, 1911; **86**, 1, 1912.

Emissionsmaximum zusammenfallen soll, so müssen die reflektierten Strahlen die größte Intensität besitzen bei solchen Wellenlängen, die kleiner sind als die vom Medium selbst emittierten Wellenlängen und kleiner als die Wellenlängen der resonierenden Teilchen.

Für die einfachsten Kristalle wurde bekanntlich von Försterling[1]) bewiesen, daß das Reflexionsmaximum bei größeren Frequenzen auftritt, als die Frequenz der Eigenschwingungen der Ionen. Für Steinsalz fand er eine Differenz von 8 μ.

Nehmen wir an, daß auch für ein System von kleinsten metallischen Oszillatoren, wie das System II, dasselbe Gesetz gilt, so scheint es verständlich zu sein, weshalb bei 30+ μ die Reflexion viel stärker wird als bei 35,6 μ und weshalb das Maximum von 83 μ nur etwas verschoben und seine Stärke fast unverändert bleibt. Vielleicht liegen bei diesen Wellenlängen die Reflexionsmaxima der benachbarten Eigenschwingungen des Systems von 32 μ und 92 μ. Das Maximum von 96 μ fällt auf das verminderte Reflexionsvermögen. Allerdings wird die Fig. 5 nicht in allen Einzelheiten erklärt (besonders das völlige Verschwinden des Maximums bei 35,6 μ), aber im allgemeinen scheint mir die Existenz der besonders starken Reflexion in der Nähe der Eigenschwingungen des Systems II und die Tendenz der Verschiebung nach kleineren Wellenlängen aus Fig. 5 ersichtlich zu sein.

Um die selektive Reflexion der Oszillatoren zu kontrollieren, habe ich noch die Reflexion der Glimmer-Reststrahlen untersucht.

1) K. Försterling, Ann. d. Phys. **61**, 577, 1920.

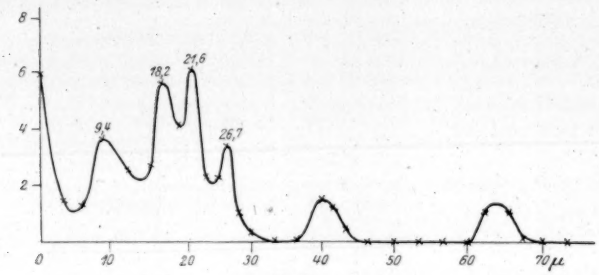


Fig. 6.

Für die Reststrahlen von Glimmer habe ich die Kurve (Fig. 6) erhalten. Die Maxima entsprechen ziemlich nahe denjenigen, welche Rubens und E. F. Nichols[1]) beobachtet haben.

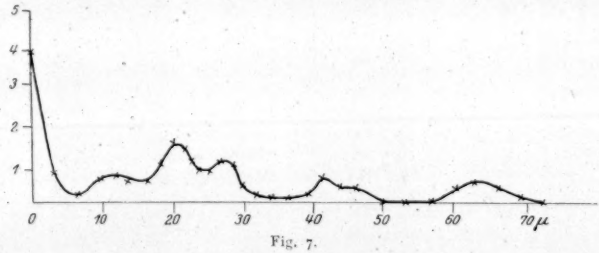


Fig. 7.

Die Reflexion der Glimmerstrahlen von dem Oszillatorensystem II ergab die Kurve Fig. 7. Wir haben hier die schwache Wiederholung derselben Maxima, welche wir in Fig. 6 sehen und mit fast derselben Verteilung der Intensität. Diese Reflexion ist vermutlich dem Glase zuzuschreiben. Die Glimmerreststrahlen waren bei meinen Versuchen viel stärker als die Kalkspatstrahlen. Relativ verstärkt erscheint das Maximum bei 26,7 μ und das ist auch von unserem Standpunkte wegen der Resonanz verständlich.

Hiermit scheint mir bewiesen zu sein, daß das System II wirklich mit seinen Hertzschen Schwingungen auf die Reststrahlen resoniert und daß die Gesetze der Resonanz ähnlich denjenigen sind, welche wir in der Optik haben, daß folglich beide Gebiete der Strahlen hinsichtlich ihrer Schwingungsgesetze ineinander kontinuierlich übergehen.

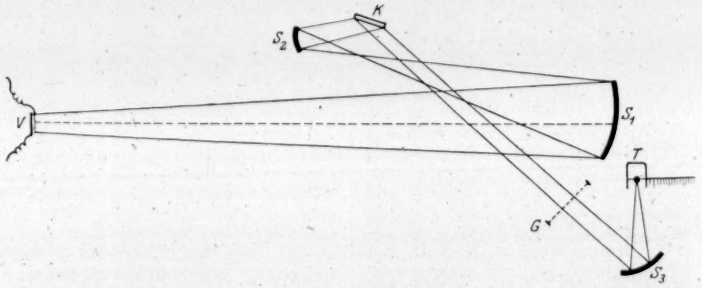


Fig. 8.

Die Reflexion der Oszillatorenstrahlung von $CaCO_3$ untersuchte ich mit der Apparateneinstellung, die in Fig. 8 gegeben ist. Vom

1) H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. **60**, 418, 1897.

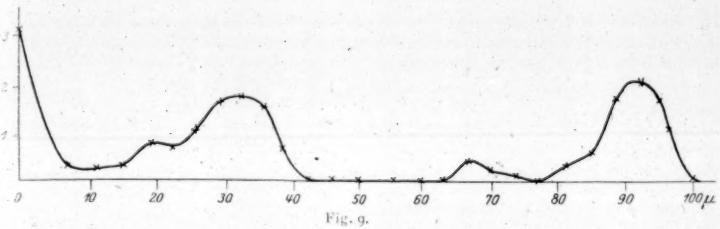


Fig. 9.

Vibrator V, welcher frei in der Luft stand, gingen die Strahlen zum versilberten Spiegel S_1, und wurden weiter mit Hilfe des Spiegels S_2, welcher die Brennweite 3 cm hatte, in ein schmales paralleles Strahlenbündel zusammengezogen. Die Strahlen fielen weiter auf die Kalkspatplatte K, wurden hier reflektiert und gingen durch das Beugungsgitter G, um sodann mittels des Spiegels S_3 auf das Thermoelement T fokussiert zu werden. Die elektrischen Schwingungen der Oszillatoren lagen in der K-Einfallsebene und K wurde unter einem Einfallswinkel eingestellt, dessen Tangente gleich n_ε war.

Leider konnte ich das Galvanometer von dem Einfluß der Leydener Flaschen nicht vollkommen befreien und das machte die Resultate unsicher. Fig. 9 zeigt eine Kurve, welche nach dem Abziehen der ziemlich stetigen fremden Ablenkung erhalten wurde. Auch hier ist die bevorzugte Reflexion bei ungefähr 33 μ und 92 μ sichtbar.

Das erste Maximum verschwand bei der Einführung einer Quarzplatte (1 mm dick), zwischen S_3 und T, das zweite blieb dabei fast ungeschwächt.

Dieses Resultat beweist die Existenz von Eigenschwingungen des Systems II mit Wellenlängen von ca. 32 und 92 μ und unterstützt gleichzeitig die Folgerung, welche wir aus den oben beschriebenen Versuchen gezogen haben.

Leningrad, Physikalisch-Technisches Röntgeninstitut.

(Eingegangen 24. September 1927.)

Über die Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen im Wasser.

Von Felix M. Exner.

Im vergangenen Sommer habe ich im Lunzer See Temperaturmessungen mit einer Schöpfflasche gemacht. Dabei fiel mir auf, wie lange es dauert, bis aus der in der Tiefe geöffneten Flasche die Luftblasen an die Oberfläche kommen. Die geschlossene, mit Luft gefüllte Flasche wurde hinabgelassen, sodann der Stoppel mit einer Schnur von oben her aufgerissen. Der Zeitraum von diesem Aufreißen bis zum Eintreffen der ersten Blasen auf der Oberfläche des Sees ergab die Aufstiegszeit. Nachdem solche Aufstiege aus verschiedenen Tiefen gemessen waren, benützte ich noch eine andere, bodenfreie Flasche, die, oben verschlossen, wie eine Taucherglocke hinabgelassen wurde[1]). Beim Aufreißen des Stoppels wurde die Luft von der unteren freien Wassermasse durch den Flaschenhals als Ganzes nach oben gedrängt und so entstand eine Blase, die ganz bedeutend größere Dimensionen hatte, als die Blasen der ersten Flasche. Manchmal konnte man auch beobachten, wie noch in einiger Tiefe die große Blase sich plötzlich in zwei Teile teilte. Diese großen Blasen stiegen — ebenso wie die kleinen — niemals ganz geradlinig auf, sondern schwankten stets um die Vertikale und veränderten auch ihre Form dauernd ein wenig. Sie waren keine genauen Kugeln, sondern in vertikaler Richtung etwas zusammengedrückt.

Die Messungen der Aufstiegszeit werden im folgenden angegeben; es sind nur 3 Messungsreihen vorhanden, die Tiefe reichte im Maximum bis 30 m. Die größten Blasen aus der Schöpfflasche hatten etwa 2 cm Durchmesser, außerdem kamen noch viel kleinere vor; die Taucherglocke aber lieferte eine rund 10mal so große Blase mit 20 cm Durchmesser, außerdem noch kleinere der früheren Dimensionen, die erst viel später die Oberfläche erreichten.

Die Aufstiegszeiten sind nicht ganz genau gemessen, es können stellenweise Sekundenfehler vorgekommen sein. Im wesentlichen zeigt das Mittel der beiden Reihen 1 und 2 der Schöpfflasche eine Aufstiegsgeschwindigkeit, die von der Tiefe ziemlich unabhängig, also konstant ist, im Betrag von 0,26 bis 0,27 m/sec. Die Werte aus der Tiefe von 5 und 10 m sind ein

[1]) Das Material für die Messungen wurde mir von der „Biologischen Station" in Lunz zur Verfügung gestellt, wofür ich derselben auch hier meinen Dank ausspreche.

Schöpfflasche, Blasen von ca. 2 mm Durchmesser.

Tiefe	1. Reihe		2. Reihe		Mittel d. Reihen 1 u. 2
	Aufstiegszeit	Geschw.	Aufstiegszeit	Geschw.	Geschw.
5 m	18 sec	0,278 m/sec	17	0.294 m/sec	0.286 m/sec
10	34	0,294	36	0,278	0,286
15	57	0,263	59	0,254	0,259
20	77	0,252	76	0,263	0,258
25	—	—	95	0,263	0,263
30	—	—	113	0,265	0,265

wenig größer. Die Reihe 3 zeigt gleichfalls eine Unabhängigkeit der Aufstiegsgeschwindigkeit von der Tiefe, doch ist ein Unterschied gegenüber den früheren: große Blasen steigen rascher als kleine. Für die einzelnen ganz großen Blasen ist die Geschwindigkeit mit 0,65 bis 0,7 m/sec anzunehmen. Nur der Fall bei 5 m ist etwas geringer, wohl ein Fehler in dieser einen Zeitbestimmung. Als bei zwei Aufstiegen die große Einzelblase in zwei Blasen zerfiel, war die mittlere Geschwindigkeit geringer. Die Höhe, in welcher der Zerfall eintrat, wurde nicht festgestellt.

Im ganzen geht aus den Messungen hervor, daß 1. die Steiggeschwindigkeit von der Tiefenlage kaum abhängt, sondern bei einer Blasengröße ziemlich konstant ist, und daß 2. die Geschwindigkeit mit der Blasengröße zunimmt. Im übrigen hat sie einen Zahlenwert, der an verschiedenen Orten und Tagen derselbe ist und gering erscheint, wenn man sich vorstellt, wie spezifisch leicht die Luft gegenüber dem Wasser ist. Eine Blase von 2 cm Durchmesser, die aus 30 m Tiefe an die Oberfläche steigt, braucht für diesen Weg fast zwei Minuten. Ein kleiner Wasserstoffballon (Pilotballon) steigt in der Luft viel rascher auf als die Luftblase im Wasser. Diese Eigentümlichkeit war die Ursache, daß ich versuchte, mir die Absolutwerte der Aufstiegsgeschwindigkeit klar zu machen.

Die Lösung der Frage, wie rasch ein Körper sich in einer Flüssigkeit bewegt oder welchen Widerstand er erfährt, ist bisher stets, was die Zahlengröße betrifft, nur experimentell festgestellt worden, weil man die Reibung und Turbulenz der Flüssigkeit an dem Körper theoretisch nicht genau kannte.

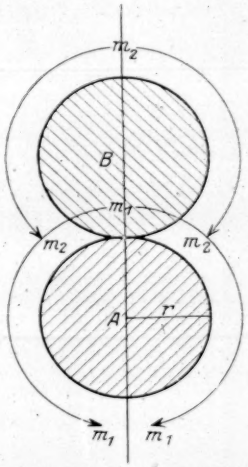
Im folgenden gebe ich eine sehr einfache Lösung dieser Frage an, welche auf die Energiegleichung der Bewegung zurückgeht und ein richtiges zahlenmäßiges Ergebnis ohne experimentelle Konstante liefert.

Wenn die Luftblase im Wasser aufsteigt, so wird, da Wasser schwerer ist als Luft, die potentielle Energie der Lage von Wasser und Luft zusammen verkleinert. Hierbei wird eine kinetische Energie erzeugt, die bei konstanter Steiggeschwindigkeit der Luftblase nur in der Verschiebung des Wassers um die Blase herum von oben nach unten besteht. Steigt eine kugelförmige Luftblase vom Radius r aus einem Niveau (Lage A der Figur) nach aufwärts um den Weg $2r$ (bis zur Lage B der Figur), so muß die gesamte Wassermasse, die früher im Kugelgebiet B lag, nun ins Gebiet A herabkommen und dabei einen Umweg um die Blase herum machen. Bei einem geringen Aufstieg der Blase aus A wird die Wassermasse, die gerade darüber liegt (m_1 der Figur), seitlich herabströmen müssen (Pfeile m_1), um nach dem Aufstieg $2r$ der Blase den Boden des Kugelraums A auszufüllen. Ebenso wird die Masse m_2 am Schlusse des Aufstiegweges den obersten Teil des Kugelraumes A ausfüllen. Die Geschwindigkeit dieser Wasserbewegung ist größer als die der aufsteigenden Blase, und zwar haben wir als Geschwindigkeit der Luftblase $v_e = \frac{2r}{t}$ zu setzen (t Zeit), als Geschwindigkeit des Wassers $v_w = \frac{r\pi}{t}$, da das Wasser den halben Kreisumfang umströmt, während die Blase um den Durchmesser aufsteigt.

Taucherglocke, 3. Reihe.

Tiefe	Blase von ca. 20 cm Durchmesser			Geteilte Blase		
	Aufstiegszeit	Geschw.	Anmerkung	Aufstiegszeit	Geschw.	Anmerkung
5 m	8 sec	0,63 m/sec	—	—	—	—
10	15	0,67	—	—	—	—
15	22	0,68	—	—	—	—
20	30	0.67	1 große Bl.	32 sec	0,62 m/sec	2 große Bl.
25	38	0,66	„	—	—	—
30	44	0.68	„	51 „	0,59 „	2 große Bl.

Die Energiegleichung gibt Konstanz der Summe von kinetischer und potentieller Energie während eines Zeitraumes. Am Anfang, wenn die Luftblase in A steht, ist das Wasser in B in Ruhe; in der Zeit des Aufsteigens der Blase um $2r$ sinkt das Wasser aus dem Kugelraum B in den Raum A herab. Ist ϱ_w die Dichte



des Wassers, ϱ_e die der Luft, so ist die Abnahme der potentiellen Energie gegeben durch $\frac{4}{3} r^3 \pi (\varrho_w - \varrho_e) 2rg$, wo g die Schwere bedeutet. Die hierdurch erzeugte kinetische Energie des Wassers ist $\frac{4}{3} r^3 \pi \varrho_w \frac{v_w^2}{2}$. Wir erhalten also $2rg(\varrho_w - \varrho_e) = \frac{\varrho_w v_w^2}{2}$ und bei Vernachlässigung von ϱ_e gegenüber ϱ_w:

$$v_w = 2\sqrt{rg}.$$

Die Beobachtungen beziehen sich nur auf die Aufstiegsgeschwindigkeit v_e der Luftblase. Nehmen wir zunächst an, die Blase sei eine Kugel, obwohl sie ja tatsächlich etwas platt gedrückt ist, so haben wir nach der obigen Darstellung $v_w = \frac{\pi}{2} v_e$ zu setzen und es ergibt sich die Steiggeschwindigkeit der Luftblase zu $v_e = \frac{4}{\pi}\sqrt{rg}$.

Diese einfache Berechnung der Aufstiegsgeschwindigkeit der Blase zeigt zunächst die Zunahme mit der Blasengröße; wenn wir nun die beobachteten Blasenradien einsetzen, so können wir prüfen, wie die Rechenergebnisse sich zu den Messungen verhalten. Es ergibt sich für die Blase von 2 cm Durchm. $v_e = 0{,}40$ m/sec.
„ „ „ „ 20 „ „ „ $= 1{,}25$ „

Diese Werte sind der Größenordnung nach den beobachteten vergleichbar, aber größer als letztere. Dies rührt daher, daß die aufsteigenden Blasen nicht kugelförmig sind, sondern durch den Widerstand des Wassers etwas flach gedrückt werden. Nehmen wir den Vertikalschnitt der Blase als Ellipse an, mit der horizontalen großen Achse a, der vertikalen kleineren b, so ist der Weg, den das nach unten strömende Wasser beim Aufstieg der Blase um die Strecke $2b$ (statt $2r$, wie früher) macht, etwas größer, also das Geschwindigkeitsverhältnis $\frac{v_w}{v_e}$ größer als $\frac{\pi}{2}$. Der halbe Umfang der Ellipse, den das Wasser durchströmt, ist gegeben durch $a\pi\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4}\right)$, wobei $\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$. Nehmen wir an, die Luftblase sei $1^1/_2$ mal so breit als hoch, wie ich das schätzte, so ist $a = \frac{3b}{2}$ zu setzen; da das Verhältnis $\frac{v_w}{v_e} = \frac{a\pi\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4}\right)}{2b}$ wird, so ergibt sich

$$v_e = \frac{4b}{a\pi\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4}\right)}\sqrt{bg} = 0{,}805\sqrt{ag}.$$

Als Maß der Blasengröße ist der horizontale Durchmesser $2a$ zu benützen, wie man ihn beobachtet. Mit dieser Formel ergibt sich:
für die Blase von 2 cm Durchm. $v_e = 0{,}252$ m/sec.
„ „ „ „ 20 „ „ „ $= 0{,}797$ „ .

Diese Werte stimmen mit den beobachteten (0,26 und 0,67 m/sec) recht gut überein; die Größe der Blasen konnte beim Aufstieg nur abgeschätzt, aber nicht genau gemessen werden. Die Rechnung ist auch nur für die einfachen Größenordnungen $a = 0{,}01$ und 0,1 cm durchgeführt.

Dieses einfache Ergebnis scheint mir aus dem Grunde nicht zwecklos, weil es klar wird, wie in diesem Falle die „Reibung" oder der „Widerstand", welche die konstante, unbeschleunigte Aufstiegsbewegung der Blasen verursachen, eigentlich aussehen. Die aufsteigende Luft muß das über ihr liegende Wasser auf die Seite und nach abwärts drängen und die Energie, welche die schweren Wassermassen in Bewegung zu setzen hat, ist recht bedeutend. Aus diesem Grunde ist die Steiggeschwindigkeit der Luftblasen so gering.

Da diese Geschwindigkeit von der Blasengröße abhängt, war es anfangs unklar, daß ihr Mittelwert beim Aufstieg aus verschiedenen Tiefen ziemlich der gleiche ist; denn in der Tiefe ist der Druck größer, die Blase daher kleiner. Wenn man aber die Sache näher ansieht, so folgt aus der Gleichung doch kein wesentlich anderes Ergebnis, als die Beobachtungen zeigen. Bei einem Aufstieg der Blase aus 10 m Tiefe haben wir im Mittel des Weges, d. h. in der Tiefe von 5 m, den Druck von $1\,^1/_2$ Atmosphären (der Druck in 0 m ist 1 Atm., in 10 m 2 Atm.); bei einem Aufstieg aus 30 m Tiefe ist im Mittel des Weges, d. h. in 15 m Tiefe, der Druck $2\,^1/_2$ Atm. Somit ist das Druckverhältnis bei diesen zwei Aufstiegen 3 : 5, das Volumverhältnis der Blasen 5 : 3. Das Verhältnis der Radien bei kugelförmigen Blasen wird also $\sqrt[3]{\frac{5}{3}} = 1{,}186$. Da die Steiggeschwindigkeit der Wurzel des Radius proportional ist, wird das Verhältnis der Größen v nun 1,089. Es ist also zwischen dem Wert v beim Aufstieg aus 10 m Tiefe und dem aus 30 m Tiefe nur ein Unterschied von 9 Proz., was bei unseren Messungen keine besondere Bedeutung hat. Die beiden ersten mit der Schöpfflasche gemessenen Reihen geben auch wirklich für den Aufstieg aus 10 m Tiefe eine etwas größere Geschwindigkeit als aus 30 m Tiefe; die dritte Reihe gibt dieses richtige Ergebnis nicht, doch ist eben hier nur die eine Messung vorhanden.

Um die Formel der Steiggeschwindigkeit, die aus der Energiegleichung abgeleitet wurde, noch weiter zu kontrollieren, habe ich sie mit der empirischen Formel der Aufstiegsgeschwindigkeit von Pilotballonen in Luft verglichen. Die Ballons sind mit Wasserstoff oder Leuchtgas gefüllt und tragen die Ballonhülle mit sich. Bezeichnet man mit ϱ die mittlere Dichte des Ballons samt Hülle, mit ϱ_e die Luftdichte, so ist, wenn ein kugelförmiger Ballon um die Höhe $2r$ (r Radius des Ballons) steigt, die Abnahme der potentiellen Energie der Lage gegeben durch $\frac{4}{3} r^3 \pi g \cdot 2r (\varrho_e - \varrho)$. Die hieraus entwickelte kinetische Energie wird durch $\frac{4}{3} r^3 \pi \varrho_e \frac{v_e^2}{2}$ ausgedrückt, wobei v_e die Geschwindigkeit der verschobenen Luft ist; denn der aufsteigende Ballon hat ziemlich konstante Geschwindigkeit, er gibt keinen Zuwachs an kinetischer Energie.

Wir erhalten daher wie oben:

$$v_e = 2\sqrt{r g \frac{\varrho_e - \varrho}{\varrho_e}}.$$

Th. Hesselberg und B. I. Birkeland[1]) haben in ihrer Arbeit über die Steiggeschwindigkeit der Pilotballone die empirische Formel entwickelt:

$$v = c\sqrt{\frac{0{,}0012}{\varrho_e}\frac{A}{2r}},$$

wobei A den Auftrieb des Ballons und c eine empirische Konstante darstellt. Um diese Formel mit der hier berechneten vergleichen zu können, muß zunächst, wie früher bei der Luftblase, v_e, die Geschwindigkeit der Luftbewegung, in v, die des Ballons, umgerechnet und ferner der Wert $\varrho_e - \varrho$ durch den Auftrieb A ausgedrückt werden.

Der Auftrieb des Ballons ist

$$A = \frac{4}{3} r^3 \pi g (\varrho_e - \varrho);$$

es ist somit $v_e = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{3A}{\pi \varrho_e}}$. Da v, die Steiggeschwindigkeit des Ballons, gleich v_e mal einer Konstanten, ersieht man sofort, daß die aus der Energiegleichung berechnete Formel mit der empirischen übereinstimmt; v ist in beiden Formeln proportional $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{A}{\varrho_e}}$.

Was nun das Verhältnis $\frac{v_e}{v}$ betrifft, so gibt die Annahme, daß die Luftströmung, wie sie anfangs für die kugelförmige Luftblase gerechnet wurde, kugelförmig um den Ballon hinabgeht, nicht die richtige Größe des empirischen Faktors c. Bei kugelförmiger Strömung ist $\frac{v_e}{v} = \frac{\pi}{2}$ und man erhält $v = \frac{2\sqrt{3}}{r\sqrt{\pi^3}}\sqrt{\frac{A}{\varrho_e}} = \frac{0{,}622}{r}\sqrt{\frac{A}{\varrho_e}}$. Nach Hesselberg-Birkelands Messungen hat c in deren Formel den Mittelwert 20, der etwas vom Auftrieb und der Ballongröße abhängt. Danach wird der Faktor in deren Gleichung $\frac{c}{2}\sqrt{0{,}0012} = 0{,}346$. Dieser empirische Faktor ist also nahezu nur halb so groß als der theoretisch berechnete. Dies rührt wohl daher, daß beim Aufsteigen des Ballons die Luft nicht wie schweres Wasser ganz genau am Ballonrande abgleitet, sondern größere Umwege macht und mehr Masse in Bewegung gesetzt wird. Dann ist $\frac{v_e}{v}$ größer als $\frac{\pi}{2}$ anzunehmen. Setzen wir zur Nachrechnung wieder voraus, das Abgleiten der Luft unter den Ballon

1) Beiträge zur Physik d. freien Atmosphäre, 4, 208, 1912.

erfolge längs eines Ellipsoids, so können wir feststellen, wie das Ellipsoid geformt sein müßte (Verhältnis der Achsen a zu b), damit der empirische Faktor herauskommt. Zunächst muß $\frac{v_z}{v} = \frac{2}{c}\sqrt{\frac{3}{0{,}0012 \cdot \pi}} = 2{,}82$ sein, die Geschwindigkeit der verdrängten Luft ist also 2,8 mal so groß, wie die Steiggeschwindigkeit des Ballons. Während letzterer um $2b$ steigt, bewegt sich die Luft um den halben Ellipsenumfang $a\pi\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4}\right)$. Es ist also $\frac{a\pi\left(1-\frac{\varepsilon^2}{4}\right)}{2b} = 2{,}82$ zu setzen. Hieraus ergibt sich $\frac{a}{b} = 2{,}29$, der vertikale Querschnitt der Strömung gibt eine Ellipse, deren horizontale Achse mehr als doppelt so groß ist wie die vertikale. In Wirklichkeit wird natürlich nicht nur die Masse der Luft, die dem Ballonvolumen entspricht, in Bewegung gesetzt werden und in der angegebenen Ellipsenform herunterströmen, sondern es wird eine größere Menge verschoben werden, wobei ihre Geschwindigkeit geringer ist, als hier berechnet wurde.

Da der Faktor c sich bei größeren Ballons größer erwies als bei kleineren, so nähert sich die tatsächliche Strömung mit zunehmender Ballongröße der Form, die bei der im Wasser aufsteigenden Luftblase sich als richtig ergeben hat, d. h. bei größeren Ballons wird der Überschuß an verschobenen Luftmassen immer kleiner. Das ist auch wahrscheinlich, da große Luftmassen in bezug auf ihre mit der Schwere zusammenhängenden Bewegungsverhältnisse viel ähnlicher den tropfbaren Flüssigkeiten sind als kleine Luftmassen.

(Eingegangen 7. November 1927).

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN DES IV. DEUTSCHEN PHYSIKERTAGES IN KISSINGEN VOM 18.–24. SEPTEMBER 1927.

Karl Weissenberg (Berlin-Dahlem), Die Symmetrie der Moleküle im gelösten Zustand. (Vortrag gehalten am 23. September 1927 auf der Physiker-Tagung in Bad Kissingen.) (Aus den Kaiser-Wilhelm-Instituten für Physik sowie für Physikalische Chemie und Elektrochemie in Berlin-Dahlem.)

Die klassische Stereochemie (van't Hoff) hat für die Symmetrie der organischen Moleküle im gelösten Zustand bestimmte Hypothesen aufgestellt; so sollten die Moleküle aller Substanzen von der Formel C^{α} (Methan-Abkömmlinge mit 4 gleichen Gruppen) Tetraeder-Symmetrie haben; ferner sollten nur die Moleküle von Substanzen mit der Formel $C, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ (Methan-Abkömmlinge mit „asymmetrischem" C-Atom und vier ungleichen Gruppen) von ihrem Spiegelbild verschieden sein, also die Moleküle aller übrigen Substanzen die Symmetrie einer Spiegel- oder allgemein einer Drehspiegelebene enthalten. Obwohl sich diese Hypothesen in der präparativen organischen Chemie für die amorphen Phasen bisher sehr gut bewährt haben, dürfen sie keinesfalls auf den Kristallzustand übertragen werden: H. Mark und K. Weissenberg[1]) haben bei $C(CH_2OH)_4$ und A. Reis neuerdings auch bei $C(CH_2O_2CCH_3)_4$ festgestellt, daß in den Kristallen dieser Substanzen das Methan-C-Atom keineswegs in der Mitte eines regulären Tetraeders, sondern exzentrisch in der Spitze einer quadratischen Pyramide liegt, deren Basisecken von den vier Substituenten besetzt sind. Die Symmetrie dieser Moleküle im Kristall ist tetragonal-pyramidal und nicht wie die Hypothese erfordert, tetraedrisch[1]).

Ein wesentlich größeres Material kann gegen die Anwendung der 2. Hypothese auf den Kristallzustand angeführt werden. In der nachfolgenden Tabelle sind aus der Literatur 60 organische Substanzen zusammengestellt, die in zwei spiegelbildlich verschiedenen Kristallformen aufgestellt sind, ohne daß ihre Strukturformel ein asymmetrisches C-Atom enthielte. In diesen Kristallen enthält die Symmetriegruppe der Moleküle also im Gegensatz zur klassischen Theorie sicher weder eine Spiegel- noch eine Drehspiegelebene.

Nachdem die klassische Stereochemie im Kristallzustand als sicher widerlegt angesehen werden muß, lag die Frage nahe, ob sie noch

1) K. Weissenberg, Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **59**, 1526, 1926; vgl. auch H. Mark u. K. Weissenberg, Zeitschr. f. Phys. **17**, 301, 1923; sowie F. Haber, Naturwissenschaften **14**, 852, 1926 und F. Richter, Naturwissenschaften **14**, 889, 1926.

1) Ähnlich dürften die Verhältnisse bei den tetraalkylierten Ammoniumjodiden liegen; für diese hat W. Nernst (Theor. Chem., 8. Aufl., S. 398) schon 1921 gleichfalls aus den makroskopischen Kristallabmessungen geschlossen, daß die 4 H-Atome im Ammoniumjodid und analog die 4 CH_3- bzw. die 4 C_2H_5-Gruppen in $N(CH_3)_4J$ bzw. in $N(C_2H_5)_4J$ die Ecken eines Quadrats besetzen, in dessen Mittelpunkt das N-Atom liegt.

für Dampf und Lösung aufrecht erhalten werden kann; bezüglich der Substanzen Ca_4 konnte diese Frage durch Dipolmessungen zu ungunsten der klassischen Theorie entschieden werden. Wie die Versuche von Ebert und v. Hartl zeigen, weisen die Moleküle von $C(CH_2O_2CCH_3)_4$, ferner $C(OC_2H_3)_4$ und $C(OCH_3)_4$ in extrem verdünnten benzolischen Lösungen erhebliche Dipolmomente auf. Ein Befund, der mit der Tetraeder-Symmetrie der Moleküle unvereinbar ist, hingegen bei pyramidaler Symmetrie erwartet werden mußte.

Sucht man nämlich alle Symmetriegruppen auf, die mit einem Molekül von der Bruttoformel Ca_4 mit vier gleichwertigen Substituenten a verträglich sind und ordnet man sie in diejenigen Symmetriegruppen, welche mit einem Dipolmoment (d. h. allgemein einem polaren Vektor) verträglich sind und in die restlichen, für welche das Dipolmoment (alle Komponenten des polaren Vektors) notwendig Null sein muß, so ergibt sich die nachstehende Tabelle[1]):

Dipolmoment	dipolfrei							
C_4, C_{2v}, C_1	T_d	T	D_4	V	S_4	D_1	C_{1h}	V_d	V	C_{2h}

Berücksichtigt man noch, daß alle Symmetriegruppen, welche mit einem Dipolmoment[2]) verträglich sind (C_4, C_{2v}, C_1) notwendig eine pyramidale Konfiguration fordert, so folgt:

Bei den Methanabkömmlingen Ca_4 ist die pyramidale Konfiguration in amorpher Phase streng erwiesen, wenn in ihr die Gleichwertigkeit der 4 Substituenten und ein Dipolmoment festgestellt werden kann. Wir diskutieren nun die beiden hinreichenden Merkmale des pyramidalen Baues eines Moleküls Ca_4 getrennt unter a und b.

a) Die Gleichwertigkeit der 4 Substituenten im Molekül läßt sich in strenger Form nur im Kristall beweisen; bei manchen Substanzen läßt sich jedoch auch für die gelösten Moleküle diese Gleichwertigkeit durch eine Reihe von Argumenten so überzeugend dartun, während Gegenargumente bisher fehlen, daß ein Zweifel kaum möglich erscheint. Dies gilt insbesondere beim Pentaerythrit und seinen Derivaten. Die strukturchemische Gleichwertigkeit der 4 Valenzen des Methan-C-Atoms ist ja von der chemischen Forschung aus Erfahrungen an gelösten Molekülen gewonnen; die Röntgenuntersuchung der Kristalle hat diese Anschauung nicht begründet; sondern nur bestätigt. Dies gilt ebenso in den Fällen, in denen die 4 Substituenten Atome sind, wie im Falle des Pentaerythrits; die Formel $C(CH_2OH)_4$ ist der Ausdruck der präparativen, durch Reaktionen in Lösung gewonnenen Erfahrung, daß das Skelett von 5 C-Atomen mit 4 primären gleichwertigen Alkoholgruppen ausgerüstet ist[1]).

Die röntgenmäßige Feststellung, daß im Kristall eine streng geometrische Gleichwertigkeit der vier substituierenden Gruppen (CH_2OH) besteht, bestätigt also zunächst die für den gelösten Zustand gefundene strukturchemische Gleichwertigkeit und beweist darüber hinaus im Kristall auch noch die sterische. Dieser Befund steht nicht vereinzelt da, denn dieselbe Gleichwertigkeit der vier Substituenten bei dem Typus Ca_4 liefern Kristallklassenbestimmungen (tetragonal, rhombisch) in Verbindung mit der Röntgenuntersuchung[2]) aller tetrasubstituierten Pentaerythrite, wie

$C(CH_2COOCH_3)_4$, $C(CH_2Cl)_4$, $C(CH_2ONO_2)_4$.

Wenn bei diesem Sachverhalt die vier Substituenten gelegentlich nicht tetraedrisch, sondern in pyramidaler Lagerung im Kristall gefunden werden, so widerspricht dies in keiner Weise ihrer Gleichwertigkeit, dagegen freilich der gewohnten Vorstellung, nach welcher vier gleichwertige Substituenten zum zentralen Kohlenstoffatom tetraedrisch liegen sollen. Es gibt gegen die Heranziehung kristallographischer Argumente für die Gleichwertigkeit der 4 Substituenten a in amorpher Phase zwei Einwendungen, welche naheliegen, aber hier sämtlich nicht zutreffen; die erste ist, daß es sich bei den genannten — insbesondere bei den pyramidalen — Kristallen nur um eine von vielen polymorphen Formen handelt, daß darum die Gleichwertigkeit nur für eine wenig beständige Form bewiesen sei und mithin als eine ungewöhnliche und seltene Absonderlichkeit betrachtet werden dürfte; dies trifft nicht zu, denn wir kennen beim Pentaerythrit und seinen Derivaten nur die eine Kristallform. Mögen künftig polymorphe Kristalle

1) Zur näheren Erklärung der Symbolik vgl. F. Richter, Naturwissenschaften **14**, 893, 1926, Tabelle der Moleküle Ca_4.

2) Einer Anregung von A. Reis (Sept. 1925) folgend, möchten wir ganz allgemein die Dipolmessungen zur Bestimmung der Symmetrie des Moleküls heranziehen; auch W. Huckel (Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **59**, 2832, 1926) hat zur Prüfung der pyramidalen Konfiguration des Pentaerythrits im gelösten Zustand Dipolmessungen vorgeschlagen.

1) Tollens u. Wigand, Liebigs Ann. d. Chem. **265**, 319, 1891; Gustavson u. Popper, Journ. f. prakt. Chem. (2) **56**, 95, 1897; N. Zelinsky, Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **46**, 160, 1913. Im Gegensatz zum Pentaerythrit haben z. B. bei $C(NO_2)_4$ schon die chemischen Erfahrungen darauf hingedeutet, daß die Konstitution $C(NO_2)_3ONO$ vorliegt, die 4 NO_2-Substituenten in diesem Fall also strukturchemisch ungleichwertig sind, ein Befund, der durch H. Mark, Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **59**, 2989, 1926) im Kristall bestätigt werden konnte.

2) W. Wahl, Zeitschr. f. physikal. Chem. **88**, 129, 1914; J. E. Knaggs, Journ. chem. soc. **123**, 71, 1913; Min. mag. **20**, 346, 1925; H. Mark u. K. Weissenberg, l. c., sowie freundliche Privatmitteilungen von H. Mark u. A. Reis.

Tabelle der im Kristall optisch aktiven Substanzen ohne asymmetrisches C-Atom.

Kristallklasse	Stoff	Literaturangaben [1])
C_1	o-Toluidoisobuttersäureäthylester	IV, 393.
	2,4-Dioxyacetophenon-diäthyläther	IV, 565.
	Tetramethylammoniumpikrat	107
C_2	Thallopikrat, stab. Mod.	IV, 119. 118
	Metabrombenzoesäure	IV, 465. 119
	Metajodbenzoesäure	IV, 466. 119
	o-Nitro-p-sulfobenzoesäuredimethylester	IV, 552.
	4'-Amino-2, 3'-azotoluol	V, 68.
	Benzolsulfonacetanilid	V, 78.
	Benzolsulfonpropionylanilid	V, 79.
	Dibenzoyl-dioxystilben	V, 350. 119
	Ammoniumchlorfumarat	III, 285. C_2h Röntgenogr. C_2^2? Critical Tables 347; Yardley, Phil. Mag. **50**, 864, 1925.
	Diphenyljodoniumchlorid	V, 85.
V	Strontiumformiat	III, 14. 155
	Bariumformiat	III, 15. 155
	Blei ormiat	III, 16. 155
	Strontiumformiatdihydrat	III, 18. 155
	Glyzerin	III, 193. 155
	2, 3, 4-Trinitrodimethylanilin	IV, 201. 156
	Hippursäure	IV, 531. 156
	1-Chlo naphtol (2)	V, 376.
	1-Bromnaphtol (2)	V, 377. 157
	1-Jodnaphtol (2)	V, 377.
	Phtalimidchlorid	IV, 714. 157
	Formamidoxim	154
	Benzophenon	V, 102. 157
	2, 4, 6-Trimethyldiphenylketon	V, 130.
	α-Naphtyl-phenylketon	V, 424. 157
	4-Chlorpyrazol	V, 573.
	3-(β)-Aminochinolin stab. Mod.	V, 754.
	Trichlorbenzamid	156
	α-Diphenylen-$\delta\delta$-dimethylfulgid	157
	Succinbromimid	156
	Monomethylharnstoff	III, 550 (rhombisch) Röntgenogr. V^3; Critical Tables 346; Mark, Ber. **57**, 1820, 1924.
	Kaliumdibromazetathemihydrat	III, 96.
	Glykokoll-chlorhydrat	III, 99.
	Ammonoxalat-monohydrat	III, 150.
	Natriumcitrat-pentahydrat	III, 478.
	Salpetersaures Tribenzylamin	V, 324.
	α-Phenyloxytetrazol-monohydrat	V, 638.
	o-Metoxy-phenylguanidinchlorhydrat	156
	1, 3-Dinitro-4, 6-dijodbenzol	156
D_2	Guajakol	IV, 87. 227
	Benzil	V, 200. 227
	Tribenzylmethylchlorid	V, 322.
C_4	Pentaerythrit	III, 385 C_4v 198 Röntgenogr. C_4^5; Westenbrink, van Melle, Zeitschr. f. Kristallogr. **64**, 548, 1926.
	Metaldehyd	III, 47 tetragonal. Röntgenogr. C_4^6? Critical Tables 347; Mark, Ber. **57**, 1820, 1924; Hassel-Mark, Zeitschr. f. phys. Chem. **111**, 357, 1924.
	Jodsuccinimid	III, 271 C_4v 198 Röntgenogr. C_4^2 oder C_4^4? Critical Tables 346. Yardley, Proc. Roy. Soc. **108** (A), 542, 1925.
D_2	Sulfobenzoltrisulfid	V, 39. 194
	Diacetylphenolphtalein	V, 301. 194
	Methylammoniumjodid	193
	Äthylendiaminsulfat	III, 54. 194
	Guanidinkarbonat	III, 569. 194
D_4	Monokaliumtrichlorazetat-Trichloressigsäure	194
T	Natriumuranylazetat	III, 78. 253

dieser Substanzen entdeckt werden, so werden doch die bereits beobachteten Kristalle die wichtigste Hauptform bleiben und auch die polymorphen Modifikationen werden i. a. die Gleich-

[1]) Die Angaben der ersten Kolonne (mit Bandbezeichnung) verweisen auf P. Groth, Chemische Krystallographie, die ohne Bezeichnung auf P. Groth, Elemente der physikal. und chem. Krystallographie.

wertigkeit der Substituenten erkennen lassen. Es kann zweitens die Vermutung verfolgt werden, daß sich beim Lösen die Molekulargröße ändert, womit eine Änderung in den Gleichwertigkeitsverhältnissen verbunden sein könnte; aber die Erfahrung widerlegt diese Vermutung, weil sich die einfachen Molekulargrößen ebenso röntgenmäßig beim Mikrobaustein für die gelösten Moleküle ergeben.

Erkennt man an, daß die Molekulargrößen und die Gleichwertigkeit der vier Substituenten gemeinsame Züge des Molekularbaues im festen und gelösten Zustande sind, räumt man ferner ein, daß die Tatsachen, welche mit Hilfe der Röntgenstrahlanalyse ermittelt sind, den pyramidalen Bau des Moleküls in einigen Kristallen bewiesen haben, so bleibt noch zur Rettung des tetraedrischen Baues für den gelösten Zustand lediglich folgender Einwand: Beim Zusammentreten der Moleküle zum Kristall könnte die tetraedrische Konfiguration durch eine Verdrückung in die gefundene pyramidale übergegangen sein und beim Lösen würde diese bei allen Molekülen wieder in die tetraedrische zurückspringen, welch letzterer man zur Begründung ihrer Stabilität vermutungsweise einen geringeren Energiegehalt zuschreiben könnte. Dieser Einwand kann nur durch die Beibringung neuer Tatsachen erledigt werden, die sich aus der Vorstellung einer pyramidalen Konfiguration im gelösten Zustande voraussagen lassen, während sie bei tetraedrischem Aufbau aller Moleküle im gelösten Zustand rätselhafte Eigentümlichkeiten darstellen.

Eine solche Tatsache, die aus einem pyramidalen Molekülbau zu erwarten ist, während sie bei tetraedrischem Bau unerklärlich wäre, ist ein gut ausgeprägtes festes Dipolmoment. Bei jeder Vorstellung von einer elektrischen Natur der Valenzkräfte ergibt sich nämlich, daß bei pyramidaler Anordnung der Verbindung Ca_4 der Schwerpunkt der positiven und negativen Ladungen im allgemeinen getrennt liegen muß, während bei jeder tetraedrischen Lagerung nicht zu verstehen ist, wie bei vier gleichen Substituenten eine solche Schwerpunktsverschiebung der beiden entgegengesetzten Ladungen zustande kommt. Verteilt man nämlich positive und negative elektrische Ladungen in Tetraedersymmetrie um einen Punkt, so fallen stets die Schwerpunkte der positiven und der negativen Ladung zusammen; dies bedeutet aber, daß ein festes Dipolmoment, welches von Null verschieden ist, bei tetraedrischem Aufbau unverständlich wäre[1]).

1) Die Frage, welche Symmetrien mit einem festen Dipolmoment verträglich sind und welche nicht, läßt sich in strenger Form beantworten. Für die hier zur Diskussion stehenden Fälle gibt Tab. I das Resultat.

b) Das Dipolmoment. Im Sinne der klassischen Theorie haben wir zu erwarten, daß im gelösten Zustand aller Substanzen Ca_4 einheitlich das Dipolmoment Null aufweisen, entsprechend unseren Überlegungen hingegen haben wir bei den Substanzen Ca_4 keinen allen gemeinsamen Konfigurationstypus und damit auch kein einheitliches Verhalten bezüglich der Dipolmomente zu erwarten; die Substanzen mit tetraedrischen Molekülen dürfen kein merkliches Dipolmoment haben, und ausschließlich die pyramidalen Moleküle können ein solches aufweisen. Wie anderenorts ausgeführt, haben L. Ebert und H. v. Hartel sowohl Substanzen Ca_4 gefunden, bei welchen kein merkliches Dipolmoment nachgewiesen werden konnte, als auch andere Substanzen Ca_4, bei welchen ein Dipolmoment der Moleküle und damit ihre pyramidale Konfiguration in verdünnter benzolischer Lösung gesichert erscheint.

Somit ist erwiesen, daß der Konfigurationstypus der Ca_4 nicht nur im Kristall, sondern auch im gelösten Zustand kein allen diesen Substanzen gemeinsamer ist, und daß insbesondere auch in amorpher Phase Substanzen mit pyramidalen Molekülen Ca_4 realisiert sind.

Bezüglich der zweiten Substanzgruppe sind die Versuche noch im Gang, doch weisen Befunde von R. Kuhn und H. Albrecht darauf hin, daß auch hier die klassische Theorie zu Widersprüchen führt. Die von R. Kuhn[1]) und H. Albrecht gefundene Enantiomorphie des Na-Salzes des optisch aktiven 2-Nitrobutans spricht für die neue Auffassung und läßt sich nur schwer mit der klassischen vereinbaren. Dasselbe gilt auch für die neuerdings von den gleichen Autoren untersuchten aktiven Diphenylderivate[2]).

Läßt man nun auf Grund des oben angegebenen experimentellen Materials die klassischen Hypothesen auch für die amorphen Phasen fallen, so steht nichts mehr im Wege, die Stereochemie der gelösten Moleküle in strenger Form auf eine rein geometrische Symmetrielehre zu gründen, wie sie vom Verfasser in vorangegangenen Arbeiten angegeben ist. Man gewinnt damit in einfachster Form auch den Anschluß an den Kristallbau, der ja seit den grundlegenden Arbeiten von Schoenflies auch lediglich von der Symmetrielehre beherrscht wird. So lassen sich auch die oben erwähnten experimentellen Befunde im Rahmen der neuen Theorie nicht nur zwanglos deuten, sondern größtenteils voraussagen.

Wir erläutern das zunächst an der Enantiomorphie. Im Sinne der rein geometrischen

1) Berichte **60**, 141, 1927.
2) Ann. d. Chem. **455**, 272, 1927.

Stereochemie haben wir ja für das C-Atom keine festen Valenzrichtungen, in denen die übrigen Atome oder Atomgruppen angelagert werden. Die Atomkonfiguration im Molekül hängt vielmehr ganz von den zwischen den Atomen wirksamen Kräften ab. Macht man zunächst für die Enantiomorphie eines Moleküls seine Atomkonfiguration verantwortlich, so folgt, daß Moleküle mit drei oder weniger Atomen überhaupt nicht enantiomorph sein können, weil drei Atome stets in einer Ebene liegen, die jedenfalls Spiegelebene dieser Atomkonfiguration sein muß. Hat man aber im Molekül vier oder mehr einzigartige Atome bzw. Atomgruppen, beispielsweise $\alpha = C\begin{smallmatrix}\beta\\ \\ \gamma\end{smallmatrix}$, so ist im allgemeinen Enantiomorphie zu erwarten, da ein solches Molekül nur dann holomorph (mit seinem Spiegelbild identisch) sein kann, wenn alle vier oder mehr einzigartigen Atome bzw. Atomgruppen in einer Ebene liegen. Die Frage, ob ein Molekül, z. B. von der Formel $\alpha = C\begin{smallmatrix}\beta\\ \\ \gamma\end{smallmatrix}$ enantiomorph ist oder nicht, wird von der klassischen Stereochemie einheitlich beantwortet: sie erklärt sie sämtlich für holomorph; im Sinne der neuen Auffassung läßt sie sich grundsätzlich nicht einheitlich beantworten: Bei Durchmusterung aller Substanzen dieses Strukturtypus werden sich vielmehr sowohl holomorphe als auch enantiomorphe finden. Und die Theorie kann nur versuchen, durch modellmäßige Wahrscheinlichkeitsüberlegungen die Verteilungsregeln zu ermitteln. So ist z. B., je nachdem, ob die Substituenten α, β, γ sich gegenseitig abstoßen oder anziehen, eine plane, also holomorphe, oder eine räumliche, also enantiomorphe Konfiguration zu erwarten. Sind die vier einzigartigen Atome im Molekül nicht unmittelbar miteinander verbunden, so wird man von den Kräften zwischen ihnen für die Wahrscheinlichkeitsüberlegung abstrahieren, d. h. ihre Lagen im Molekül als statistisch unabhängig voneinander ansehen dürfen. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit nur nach der Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten zu berechnen, und aus ihr ergibt sich die räumlich enantiomorphe Konfiguration als die unendlich wahrscheinlichere gegenüber der planen oder holomorphen.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, daß bei atomreichen Molekülen mit vier oder mehr einzigartigen Atomen bzw. Atomgruppen Enantiomorphie erwartet werden muß, während bei atomarmen Molekülen außerdem noch Holomorphie erklärlich ist. Die von van't Hoff geforderte Enantiomorphie von Substanzen mit asymmetrischem C-Atom ist als Spezialfall den obigen Überlegungen organisch eingeordnet. Die oben angegebenen Kristallbefunde lassen sich also im Sinne der neuen Theorie voraussehen, ja man kann erwarten, daß überhaupt die meisten großen organischen Moleküle auch ohne asymmetrisches C-Atom im Kristall enantiomorph sind, wobei die Kristalle selbst entweder auch enantiomorph oder Razemate sein können. Der letztgenannte Fall ist besonders häufig und kann an Tausenden von Substanzen leicht verifiziert werden.

Für Dampf und Lösung genügen jedoch diese Überlegungen nicht, denn die Enantiomorphie einer Substanz wird für den präparativen Chemiker nur dann von Interesse sein, wenn die Spaltung des Razemats in die aktiven Komponenten auch in Dampf und Lösung gelingt. Hierfür aber ist die Autorazemisierungsgeschwindigkeit — oder anders ausgedrückt, der Energieberg, der die Rechtsform von der Linksform trennt — maßgebend. Unter Berücksichtigung dieses Momentes wird es verständlich, warum die Spaltungsversuche häufig nicht von Erfolg begleitet waren. So ist es z. B. wahrscheinlich, daß bei vielen Substanzen $\alpha = C\begin{smallmatrix}\beta\\ \\ \gamma\end{smallmatrix}$, die zufolge Anziehung zwischen den Substituenten enantiomorph sind, die anziehenden Kräfte klein sind — in der Strukturformel sind sie überhaupt nicht zum Ausdruck gebracht — und die Autorazemisierungsgeschwindigkeit daher groß ist. Immerhin erscheinen aber Spaltungsversuche bei hinreichend tiefen Temperaturen auch an den obengenannten Substanzen nicht von vornherein aussichtslos.

Den vorstehenden allgemeinen Bemerkungen sei noch eine spezielle hinzugefügt, welche für die Substanzen $C\alpha_4$ die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Spiegelbildisomerie im Zusammenhang mit nicht tetraedrischen Formen betrifft und damit eine gewisse Voraussage der Fälle ermöglicht, in denen Abweichungen von der klassischen berechneten Zahl isomerer Substituenten gewärtigt werden können.

Der tetraedrische Bau wird bei abstoßenden Kräften zwischen den Substituenten, der pyramidale bei anziehenden zu gewärtigen sein. Die Substituenten werden immer dann abstoßende Kräfte aufeinander ausüben, wenn sie untereinander gleich und in sich von einheitlicher Ladung sind. Sobald sie aber Radikale und nicht Atome darstellen, die einzeln an ihren Enden entgegengesetzte Ladungen tragen mögen, können sie sich gegenseitig dadurch anziehen, daß sie die entgegengesetzt geladenen Enden einander zukehren. Wir werden also die Möglichkeit pyramidaler Anordnung vermutungsweise

auf solche Derivate $C\alpha_4$ beschränken, bei denen die Substituenten selbst im Molekül den Charakter von Dipolen haben. Eine einfache Überlegung lehrt, daß in allen diesen Fällen zwei enantiomorphe Formen auftreten müssen, da durch die einander anziehenden Dipole in der Pyramidenbasis ein bestimmter Umlaufssinn ausgezeichnet wird; je nachdem vom Methan C-Atom in der Pyramidenspitze aus gesehen die Dipolfolge $(+-),(+-),(+-),(+-)$ bzw. $(-+),(-+),(-+),(-+)$ lautet, haben wir ein Rechts- bzw. ein Linksmolekül vor uns. Beim Pentaerythrit[1]) ist diese Enantiomorphie im Kristall tatsächlich gefunden worden. Dieser Befund stellt eine weitere Erfahrungstatsache dar, welche mit der Stereochemie, die in allen Fällen tetraedrische Bauweise und freie Drehbarkeit einfacher Bindungen behauptet, ebenso schwer zu vereinigen ist, wie sie sich aus den hier entwickelten Vorstellungen zwanglos ergibt.

1) H. Haga, F. M. Jäger, Proc. Kon. Acad. Wetensch. Amsterdam **18**, 1350, 1926; H. G. K. Westenbrink u. F. A. van Melle, Zeitschr. f. Krist. **64**, 548, 1926.

M. Wien (Jena), Weitere Versuchsergebnisse über die Abhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit von der Feldstärke.

Die wichtigsten Ergebnisse der kürzlich in den Annalen der Physik[1]) veröffentlichten Untersuchungen über den Gegenstand sind folgende:

1. Die Leitfähigkeit der Elektrolyte zeigt in hohen Feldern eine Zunahme ($\Delta\lambda$), die neben dem durch die Stromwärme bedingten Wärmeeffekt ($\Delta\lambda_w$) auf einem Spannungseffekt ($\Delta\lambda_v$) beruht.

2. $\Delta\lambda_v$ wächst schnell mit der Wertigkeit der Ionen.

3. $\Delta\lambda_v$ steigt zunächst annähernd proportional der Spannung[2]), später langsamer, um allmählich einem Grenzwert zuzustreben.

4. Mit wachsender Konzentration wird der Anfangsanstieg weniger steil, jedoch steigt der Grenzwert.

5. Die Erscheinung steht in engem Zusammenhang mit der Verminderung der Äquivalentleitfähigkeit mit steigender Konzentration.

Die Versuche, über die ich heute zunächst berichten will, beziehen sich auf die Messung des Spannungseffekts bei größeren Konzentrationen und wurden gemeinsam mit Herrn Kärst ausgeführt. Diese Versuche waren deshalb besonders schwierig, weil bei höherer Leitfähigkeit, um den Widerstand nicht zu klein werden zu lassen, der Querschnitt der Elektrolyte sehr klein gemacht werden mußte, und infolgedessen die Masse der Elektrolyte sehr klein, die Erwärmung dementsprechend größer wurde. Dadurch wird der Wärmeeffekt sehr groß, während gleichzeitig der Spannungseffekt mit der Konzentration sinkt, so daß schließlich $\Delta\lambda_w$ vielfach $\Delta\lambda_v$ erheblich überstieg. Dies bedingt Unsicherheiten in der Bestimmung von $\Delta\lambda_v$, die in der folgenden Tabelle deutlich hervortreten. Sie gibt die Meßergebnisse

$\Delta\lambda$ % $F = 23{,}7$ KV

Salz	$\nu_1 \cdot \nu_2$	$\nu_1^2 \cdot \nu_2^2$	Gefäß I			Gefäß VII		
			$\varkappa = 0{,}001$	0,002	0,004	0,004	0,008	0,016
$K_3(FeCy_6)$	1·3	9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,4	0,4
$CeCl_3$	3·1	9	0,6	0,7	0,5	0,4	0,3	–
$K_4(FeCy_6)$	1·4	16	1,7	1,8	1,0	1,3	1,0	0,7
$MgSO_4$	2·2	16	3,0	2,6	1,7	1,5	1,6	1,5
$CuSO_4$	2·2	16	3,2	2,4	1,9	1,8	1,6	1,1
$Al_2(SO_4)_3$	3·2	36	4,8	3,8	2,3	2,8	1,9	1,6
$Ca_3Fe(Cy_6)_2$	2·3	36	5,4	4,6	2,9	2,9	3,0	2,0
$Ba_3Fe(Cy_6)_2$	2·3	36	6,6	4,2	3,0	4,5	2,9	2,1

bei mehreren Lösungen wieder, deren Leitfähigkeit durch Erhöhung der Konzentration von $\varkappa = 0{,}001$ bis $\varkappa = 0{,}016$ gesteigert wurde. Trotz dieser Unsicherheit im einzelnen ist die Abnahme von $\Delta\lambda_v$ mit der Konzentration deutlich zu erkennen. $\Delta\lambda_v$ sinkt in dem genannten Bereich auf etwa $^1/_2$ bis $^1/_3$ des Wertes bei $\varkappa = 0{,}001$.

Weitere Versuche, die von Herrn stud. Bauer ausgeführt wurden, beziehen sich auf Lösungen in Azeton. Der Gang der Untersuchung war der gleiche, wie bei den wäßrigen Lösungen.

Zunächst wurde untersucht, ob auch bei Lösungen in Azeton ein Spannungseffekt nachweisbar ist. Es zeigte sich, daß auch hier der Wärmeeffekt zur Erklärung der Beobachtungen nicht ausreicht. In Fig. 1 stellt die Kurve 1 die beobachteten Werte als Funktion des Quadrats der Spannung (V) dar, die Kurve 2 den Wärmeeffekt. Die Kurve 1 verläuft wesentlich höher und ist auch leicht gekrümmt. Zieht man den Wärmeeffekt von den Beobachtungen ab, so bleibt die ebenfalls gekrümmte Kurve 3 übrig, die den Spannungseffekt wiedergibt. Wenn man die so erhaltenen Werte von $\Delta\lambda_v$ als Funktion der Spannung V aufträgt, so erhält man wie bei den wäßrigen Lösungen annähernd eine Gerade; es ist also auch hier neben dem Wärmeeffekt $\Delta\lambda_w = aV^2$ ein Spannungseffekt $\Delta\lambda_v = C \cdot V$ vorhanden.

1) M. Wien, Ann. d. Phys. IV, **83**, 327—361, 1927.
2) Anm. bei der Korrektur: Nach inzwischen ausgeführten Versuchen ist der allererste Anstieg langsamer, so daß in schwachen Feldern $\Delta\lambda_v$ zunächst proportional dem Quadrat der Spannung wächst, entsprechend der im folgenden Vortrag von Joos und Blumentritt gegebenen Theorie.

Wie bei den wäßrigen Lösungen wurde auch hier der Versuch gemacht, die beiden Effekte zu trennen, indem durch Erhöhung der Selbstinduktion das Dekrement des Schwingungskreises stark vermindert wurde. Dadurch sinkt die Spannung

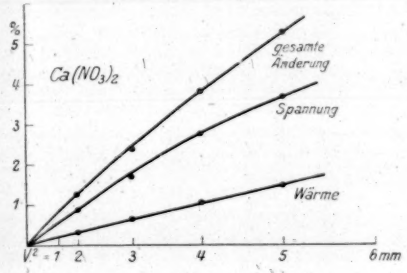


Fig. 1.

und damit der Spannungseffekt, während der Wärmeeffekt annähernd der gleiche ist, so daß im wesentlichen der Wärmeeffekt allein übrig bleibt.

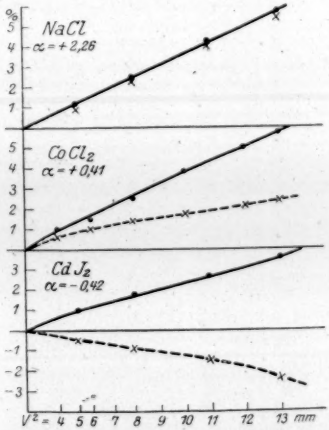


Fig. 2.

Die Fig. 2 gibt die Versuchsergebnisse für zwei Lösungen in Azeton wieder. Die ausgezogenen Kurven und die Punkte gelten für großes Dekrement, also hohen Spannungseffekt, die punktierten Kurven und die Kreuze für geringen Spannungseffekt. Zum Vergleich sind zunächst (Fig. 2a) die mit einer wäßrigen $NaCl$ Lösung in dem gleichen Gefäß gewonnenen Resultate angegeben; hier liegen Punkte und Kreuze annähernd auf einer Kurve weil der Spannungseffekt an sich neben dem Wärmeeffekt sehr klein ist. Fig. 2b gilt für eine Lösung von $CoCl_2$ in Azeton, die punktierte Kurve verläuft erheblich niedriger; ein deutliches Zeichen des verminderten Spannungseffektes. Die Fig. 2c ist besonders interessant, weil der Temperaturkoeffizient dieser Lösung — CdJ_2 in Azeton — negativ ist; ohne den Spannungseffekt müßte also die Kurve unterhalb der Abszissenachse verlaufen. Tatsächlich verläuft auch die punktierte Kurve bei vermindertem $\Delta\lambda_v$, bei der also $\Delta\lambda_w$ stark überwiegt, unter der Abszissenachse, während die ausgezogene Kurve, bei der $\Delta\lambda_v$ überwiegt, über der Abszissenachse liegt.

Die Fig. 3 zeigt für 3 Lösungen in Azeton den Spannungseffekt $\Delta\lambda_v$ in seiner Abhängig-

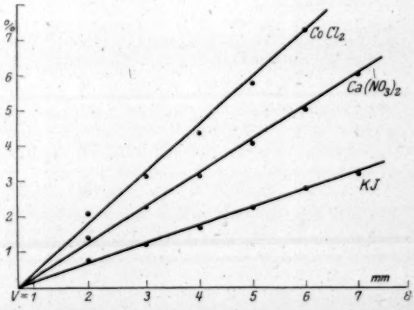


Fig. 3.

keit von der Spannung; von den beobachteten $\Delta\lambda$ ist bereits der hier sehr geringe Wärmeeffekt $\Delta\lambda_w$ abgezogen. Die beobachteten Werte liegen annähernd auf geraden Linien. Wie bei den wäßrigen Lösungen ist $\Delta\lambda_v$ bei den Lösungen mit einem zweiwertigen Ion $Ca(NO_3)_2$ und $CoCl_2$ größer als bei KJ mit nur einwertigen Ionen. Im ganzen scheinen jedoch die Verhältnisse hier nicht so einfach zu liegen wie bei den wäßrigen Lösungen, z. B. zeigt $HgCl_2$ einen Effekt, der kaum größer ist, wie bei $K \cdot J$. Leider ist es bisher nicht gelungen, irgendein Salz mit höherwertigen Ionen (1,2 oder 2,3) in Azeton zu lösen. Es sollen jedoch noch andere Lösungsmittel untersucht werden.

Der Spannungseffekt bei Lösungen in Azeton ist wesentlich höher als in wäßrigen Lösungen: bei Ionen gleicher Wertigkeit etwa 4 mal so groß; offenbar hängt dies mit der niedrigeren Dielektriztätskonstante des Azetons zusammen.

Diskussion.

Herr Gyemant: Die Versuche stehen im besten Einklang mit den von mir im vorigen Jahr veröffentlichten Folgerungen bezgl. der Leitfähigkeitszunahme von isolierenden Flüssigkeiten bei hohen Feldstärken. Nur eignen sich natürlich zur Untersuchung der Erscheinung Lösungen von bekanntem Ionengehalt, wie die soeben erörterten, besonders gut. Vielleicht dürfte es sich in beiden Fällen um dieselbe Erscheinung, nämlich um eine Art Ionisierung in Flüssigkeiten, handeln.

Herr M. Wien: Die Versuche von Herrn Gyemant sind mir wohlbekannt. Ich glaube aber nicht, daß es sich um dieselbe Erscheinung handelt. Es wird dies aus dem folgenden Vortrag sogleich klar hervortreten.

G. Joos und M. Blumentritt (Jena), Über das Verhalten Debyescher Elektrolyte bei hohen Feldstärken.

Wenn wir nach den Ursachen der von Herrn M. Wien bei Elektrolyten beobachteten Abweichungen vom Ohmschen Gesetz[1]) suchen, so kommen drei Möglichkeiten in Frage:

Erstens kann man an eine rein chemische Wirkung denken, welche dadurch zustandekommt, daß die meist komplexen Ionen unter Einfluß des Feldes eine solche Geschwindigkeit erhalten, daß die kinetische Energie zur Zerstörung des Komplexes ausreicht und daß neue Ionen gebildet werden. Rechnet man aber diese Energie aus, so kommt man in Anbetracht der kleinen freien Weglängen selbst in Feldern von 50000 Volt/cm zu Werten, die noch einige Zehnerpotenzen zu klein sind. Dasselbe gilt für die Zerstörung etwa noch vorhandener Salzmoleküle, falls man unter Ablehnung der neueren Auffassungen vom Bau der Elektrolyte selbst bei den von Wien angewandten Verdünnungen (Größenordnung 1000!) an die Existenz wirklicher Salzmoleküle glaubt. Gegen die letzte Möglichkeit spricht aber ganz besonders die von Herrn Wien gefundene Zunahme der Abweichungen mit steigender Verdünnung, vgl. Fig. 6, S. 357 in der zitierten Arbeit von M. Wien.

Zweitens kommt eine Verminderung des Reibungswiderstands des Lösungsmittels in Betracht. Ein solcher Einfluß ist tatsächlich vorhanden, da durch die Erwärmung die Viskosität abnimmt. Dieser Teil ist aber bei der Auswertung der Beobachtung bereits in Rechnung gezogen worden. Daß außerdem noch eine von der Geschwindigkeit des Ions allein abhängige Änderung des Reibungskoeffizienten als Ursache in Frage kommt, ist wegen der Konzentrationsabhängigkeit des Effekts ausgeschlossen.

Drittens, es bleibt eine kompliziertere Feldabhängigkeit der von Debye und Hückel[1]) zuerst einer Rechnung zugänglich gemachten Bremskräfte, welche die Ionen vermöge ihrer Ladungen unter allen Umständen aufeinander ausüben müssen, solange es ein Coulombsches Gesetz gibt. Und daß hier die Ursache zu suchen ist, dafür sprechen eine Reihe von Gründen, insbesondere die starke Zunahme des Effekts mit der Wertigkeit der Ionen und die Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante. Aus diesem Grund haben wir näher untersucht, ob bei Weiterentwicklung der Debyeschen Ansätze derartige Glieder auftreten, welche die beobachteten Abweichungen wiedergeben. Der Gang der Rechnung sei kurz skizziert: Bekanntlich sind die Debyeschen Bremskräfte zweierlei Art. Die eine, die elektrophoretische, rührt daher, daß jedes Ion eine Atmosphäre entgegengesetzter Ladung molluskenhaft gebunden mit sich führt, so daß am ganzen Klumpen Ion + Atmosphäre eine am Ion angreifende beschleunigende und eine an der Atmosphäre angreifende bremsende Kraft wirken. Die andere Kraft, welche wir die Relaxionskraft nennen wollen, kommt von der Relativbewegung des Ions zu seiner Atmosphäre. Während die entgegengesetzte Ladung um ein ruhendes Ion kugelsymmetrisch verteilt ist, wird diese Verteilung um ein bewegtes Ion asymmetrisch derart, daß eine Bremskraft entsteht. Von beiden Kräften berechnet Debye nur die ersten Näherungen, welche eine der Geschwindigkeit und damit infolge des für die Reibung am Lösungsmittel geltenden Stokesschen Gesetzes dem Feld proportionale Bremskraft ergeben, welche ihrerseits dann die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes bedingt. Wenn man Abweichungen vom Ohmschen Gesetz suchen will, muß man also einen Schritt weiter gehen. Bei der Berechnung der nächsten Näherungen hat man nun nicht nur die höheren Glieder der elektrophoretischen- und der Relaxionskraft einzeln zu berechnen, sondern man muß auch die Wechselwirkung zwischen beiden berücksichtigen (Debye konnte noch bei der ersten Näherung für die Berechnung der elektrophoretischen Kraft die Ladungsverteilung um ein ruhendes Ion ansetzen). Bei der näheren Durchrechnung findet man aber, daß für das nächste Glied die Relaxionskraft in überwiegendem Maß be-

1) Vgl. den Vortrag von Herrn M. Wien und Ann. d. Phys. **83**, 327, 1927.

1) P. Debye u. E. Hückel, Physik. Zeitschr. 24, 305, 1923.

stimmend ist, so daß wir uns zunächst auf ihre Berechnung beschränken konnten. Rechnerisch sind wir so vorgegangen: Die strengen Gleichungen für die Ladungsverteilung um ein herausgegriffenes, mit der Geschwindigkeit v bewegtes Ion lauten nach Debye:

$$-\varrho_i v \frac{dn_i}{dx} = \operatorname{div}(kT \operatorname{grad} n_i - n_i e_i \mathfrak{E} + n_i e_i \operatorname{grad} \psi), \quad (1)$$

$$\Delta\psi = -\frac{4\pi}{D}\sum n_i e_i. \quad (2)$$

n_i ist die Zahl der Ionen $i$ter Art im Kubikzentimeter, ϱ_i die zugehörige Stokessche Reibungskonstante, ψ das Potential des intraatomaren Zusatzfeldes. Für verdünnte Lösungen können wir in dem Glied mit $\operatorname{grad}\psi\, n_i$ durch die Durchschnittszahl $\overline{n}$ ersetzen. Weiter ist selbst bei den Wienschen Versuchen $\mathfrak{E}$ von derselben Größenordnung wie $\operatorname{grad}\psi$, so daß wir auch in diesem Glied $\overline{n_i}$ schreiben dürfen[1]). Diese beiden Vereinfachungen können wir beibehalten. Zur Lösung der Gleichung setzt nun Debye für die Verteilung der $i$ten Ionenart an:

$$n_i = \overline{n_i} - \frac{e_i \psi \overline{n_i}}{kT} + \mu_i, \quad (3)$$

die beiden ersten Glieder stellen die annähernde Verteilung um ein ruhendes Ion dar und die Größen μ_i messen die Abweichung von dieser Verteilung. Sie sind die zu bestimmenden Unbekannten. Beim Einsetzen werden nun in erster Näherung alle Produkte $v\mu_i$ abgestrichen. Bei Berechnung der zweiten Näherung darf man dies aber nicht mehr machen, so daß unsere Gleichungen lauten:

$$\varrho_i v \frac{\overline{n_i} e_i}{kT}\frac{\partial\psi}{\partial x} - \varrho_i v \frac{\partial \mu_i}{\partial x} = kT\,\Delta\mu_i, \quad (4)$$

$$\Delta\psi = \frac{4\pi}{DkT}\sum \overline{n_i} e_i^2 \psi - \frac{4\pi}{D}\sum \mu_i e_i. \quad (5)$$

Man könnte nun so, wie Debye verfuhr, die μ_i eliminieren und erhielte dann eine Gleichung der Form

$$\Delta\Delta(\Delta - \varkappa^2\psi) = a^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Ihre Integration macht aber solche Schwierigkeiten, daß man einfacher zur nächsten Näherung kommt, wenn man das System (4) und (5) beibehält und in das Glied mit $v\dfrac{\partial \mu_i}{\partial x}$ die aus der Debyeschen ersten Näherung folgenden Werte einsetzt. Dies gibt ein neues System von Differentialgleichungen, das unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen, welche hier in Endlichkeitsforderungen bestehen, integriert wird. Bleiben wir beim nächsten nicht verschwindenden Glied stehen, so erhalten wir tatsächlich eine Korrektur, welche die wesentlichen Züge der Wienschen Beobachtungen besitzt. Was den quantitativen Vergleich betrifft, so ist zunächst folgendes zu bemerken: Das einzig mögliche Lösungsverfahren der Iteration kann naturgemäß nur eine Entwicklung der Leitfähigkeit nach ganzen Potenzen von $\mathfrak{E}$ liefern. Damit sind aber die Wienschen Ergebnisse exakt nicht darstellbar. Denn der anfangs geradlinige Anstieg des Effekts mit der Feldstärke darf nicht etwa durch $\sigma = \sigma_0 + a\mathfrak{E}$ dargestellt werden, was eine ganz unmögliche Ventilwirkung bedeuten würde, sondern muß geschrieben werden:

$$\sigma = \sigma_0 + \beta\sqrt{\mathfrak{E}^2}.$$

Aus diesem Grund verschwinden bei unserer Entwicklung notwendigerweise alle linearen Glieder der Leitfähigkeit. Unsere Entwicklung beginnt daher mit $\mathfrak{E}^2$[1]).

Andererseits ist aus der Entwicklung, deren Weiterführung allerdings eine kaum mehr zu bewältigende Rechenarbeit darstellt, abzusehen, daß bei weiterer Steigerung des Feldes auch ein Umbiegen der Kurve erfolgen muß, so daß die Wiensche Gerade als Wendetangente unserer Kurve aufzufassen ist. Bei den von Wien angewandten Feldstärken stimmen die Zahlwerte, welche das quadratische Glied liefert, größenordnungsmäßig mit der Beobachtung überein. Weiter ergibt die Rechnung, daß die relative Änderung der Leitfähigkeit annähernd mit der Wurzel aus der Verdünnung anwächst. Was die Abhängigkeit von den Wertigkeiten betrifft, so erhalten wir dafür einen komplizierten von der Konzentration abhängigen Ausdruck. Geben wir

1) Bei der Berechnung der Glieder 2. Ordnung ist die Vernachlässigung allerdings nicht korrekt. Sie ist aber erforderlich, um auch in den höheren Näherungen die Bedingung $\psi = 0$ im Ursprung und im Unendlichen erfüllen zu können. Die andernfalls eintretende Unmöglichkeit, der Grenzbedingungen in höherer Näherung zu genügen, ist eine Form des von Onsager (Physik. Zeitschr. **28**, 277, 1927) bemerkten, im Debyeschen Ansatz steckenden Widerspruchs mit der Grundeigenschaft des Coulombschen Feldes $\sum n_i e_i \mathfrak{E}_i = 0$. Bei gleichwertigen Ionen ist, wie eine genauere Rechnung zeigt, der mögliche Fehler klein; bei verschiedenartigen Ionen sind vielleicht die Diskrepanzen zwischen Beobachtung und Rechnung teilweise darauf zurückzuführen.

1) Nach einer freundlichen Mitteilung von Herrn Geh. Rat M. Wien ergeben die Messungen in der Nähe des Nullpunkts tatsächlich einen langsameren Anstieg, so daß der experimentelle Befund durch eine Potenzreihe $\sigma = \sigma_0 + \alpha\mathfrak{E}^2 - \beta\mathfrak{E}^4$ dargestellt wird in Übereinstimmung mit unserer Entwicklung.

dem Effekt bei $NaCl$ den Wert 1, so ergeben sich in einem Feld von 40000 Volt/cm und Verdünnungen, welche einer Leitfähigkeit von 0,0002 entsprechen, folgende relative Zahlen:

	$NaCl$	$BaCl_2$	K_2SO_4	$CuSO_4$	$AlCl_3$	K_4FeCy_6
ber.	1	4,5	4	6,2	24,4	23,6
Wien	1	4	4	16	9	16

Darunter stehen die nach der Wienschen empirischen Regel berechneten Verhältniszahlen. Bei $AlCl_3$ und K_4FeCy_6 kann der beobachtete kleinere Wert durch Hydrolyse bedingt sein, welche die Zahl der wirklich vorhandenen hochwertigen Ionen vermindert. Ernster ist die Differenz bei $CuSO_4$.

Für die Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels ergibt sich annähernde Proportionalität mit $\frac{1}{\sqrt{D}}$. In der Tat haben neue Versuche, welche Herr F. Bauer an nichtwässerigen Lösungen (Lösungsmittel Aceton) ausführte, einen wesentlich höheren Wert des Effekts ergeben.

Zusammenfassend ist zu bemerken: Während die anderen Erklärungsversuche versagen, ergibt die Weiterentwicklung der Debyeschen Ansätze sowohl die richtige Größenordnung der beobachteten Abweichungen als auch qualitative Übereinstimmung hinsichtlich des Gangs mit der Konzentration, der Wertigkeit der Ionen und der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels.

Diskussion.

Herr Zahn: Ich möchte fragen, ob die rechnerischen Ergebnisse des Herrn Vortragenden auch Gültigkeit für konzentrierte Lösungen beanspruchen oder nur für solche mäßiger Konzentration. Messungen der Dielektrizitätskonstante von Lösungen legen mir nämlich den Schluß nahe, daß die Annahme vollkommener Dissoziation, die der Debye-Hückelschen Theorie zugrunde liegt, für höhere Konzentrationen gewisser sogenannter starker Elektrolyte nicht mehr zutreffend sein dürfte.

Herr Joos: Die vorgetragenen Rechnungen gelten natürlich nur für sehr verdünnte Lösungen, auf welche sich die Debye-Hückelsche Theorie allein erstreckt.

Adolph Koenig (Karlsruhe), Zur Frage der Elementverwandlung durch Kathodenstrahlen. (Nach Versuchen von F. v. Körösy.)

Die Verwendung von Kathodenstrahlen zu Versuchen über Transmutation von Elementen ist nicht neu. Nach Aufstellung der Atomzerfallstheorie von Rutherford und Soddy drängte sie sich den Forschern geradezu auf. Scheinbare Erfolge von K. A. Hofmann sowie von Jorissen und Ringer vor rund 20 Jahren[1]), wonach die Aktivität von Radioelementen durch Beschießung mit Kathodenstrahlen eine Zunahme erfahren sollte, ließen sich in der Folge zwanglos durch Oberflächenvergrößerung der Präparate im Laufe der Behandlung erklären und damit widerlegen[2]). Spätere Versuche von Fajans[3]), die im Jahre 1919 aufgegeben wurden, ließen keinerlei Beeinflussung radioaktiver Prozesse durch harte Röntgenstrahlen oder Kathodenstrahlen erkennen, ebensowenig eine durch diese Strahlen künstlich erzeugte Radioaktivität.

Trotz der Unwahrscheinlichkeit eines greifbaren Erfolges habe ich im letzten Jahre gemeinsam mit Herrn Franz v. Körösy das Problem wieder aufgegriffen, und wenn auch unsere Messungsergebnisse ebenfalls negativ ausgefallen sind, so will ich doch kurz berichten, wie wir die Versuche angestellt und welche Schlüsse wir daraus gezogen haben.

Zunächst überlegten wir, daß Kathodenstrahlelektronen, deren kinetische Energie zur Durchdringung aller Trabantelektronenschalen ausreicht, mit etwa gleicher oder größerer Wahrscheinlichkeit einen Kerntreffer machen können wie die α-Teilchen bei den Atomzertrümmerungsversuchen. Während aber nach den Beobachtungen von Rutherford und Chadwick, Pettersson und Kirsch, Blackett u. a.[1]) der α-Kerntreffer das Ergebnis hat, daß ein Proton aus dem Atomkern herausfliegt, dieser aber mit dem α-Teilchen (dauernd oder wenigstens während der Beobachtung) verbunden bleibt, ist es bisher unbekannt, welche tiefergehende Wirkung der Kerntreffer eines Elektrons etwa zur Folge haben kann.

1) Chem. Weekblad **4**, 242, 476, 1907.
2) Chem. Weekblad **5**, 823, **6**, 683, **11**, 832, **12**, 741.
3) Fajans, Radioaktivität, 4. Aufl., Sammlung Vieweg, 1922. S. 14, sowie Privatmitteilung über unveröffentlichte Versuche.

1) S. z. B. Pettersson-Kirsch, Atomzertrümmerung. Leipzig, Akad. Verlagsges. 1926, S. 199.

Bleibende Elementtransmutationen haben wir als analytisch nicht oder sehr unsicher nachweisbar nicht in Betracht gezogen. Nur eine vorübergehende Verbindung des Elektrons mit

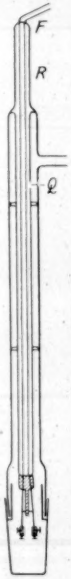


Fig. 1.

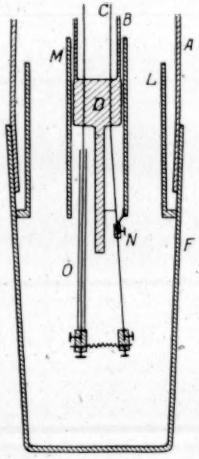


Fig. 2.

dem Atomkern, welche unter β-Strahlung wieder das ursprüngliche Element liefern oder unter α-Strahlung eine neue Umwandlung erfahren würde, könnte mit Hilfe der empfindlichen Elektrometermethode mit Ionisationskammer unter gewissen einschränkenden Bedingungen nachweisbar sein.

Die Untersuchungsmethode war kurz folgende:

In einer hartgepumpten Entladungsröhre von besonderer Form wurde Bleifolie mit Kathodenstrahlen verschiedener Spannung bombardiert. Die Bleifolie bildete die Innenbelegung einer Ionisationskammer, deren entladende Wirkung auf ein Elektroskop nach Abstellen der Hochspannungsentladung untersucht wurde. Nach Vorversuchen, die mancherlei experimentelle Schwierigkeiten boten, erwies sich folgende Anordnung als brauchbar, d. h. frei von störenden Fehlerquellen: Das Bestrahlungsgefäß ist ein langhalsiges Entladungsrohr mit Glühkathode, auf welches ein konisch erweiterter Kupferbecher als abnehmbare Antikathode aufgeschliffen und mit Ramsayfett gedichtet ist. Durch einen Metallrohreinsatz ist der Schliff vor der Bestrahlung geschützt. Die relative Lage aller Teile ist aus den schematischen Zeichnungen (Fig. 1 und 2) zu ersehen.

Fig. 3 zeigt den Anschluß des Entladungsrohres, dessen Antikathodenteil in fließendes Wasser taucht, unter Zwischenschaltung tiefgekühlter Adsorptionskohle an die Hochvakuumpumpe und die Stromquelle (Fig. 4), den abgenommenen Antikathodenbecher als Ionisationskammer über den Zerstreuungsstift des Wulfschen Zweifadenelektrometers gestülpt, bereit zur Messung. Die ganze Umstellungsmanipulation (Hochspannung abschalten, Rohr kurz schließen, Luft einlassen, Kühlung entfernen, Becher trocknen und abnehmen, auf Elektroskop aufsetzen) erforderte 40—60 Sekunden. Der Normalabfall des Elektroskops wurde vorher unter Benutzung eines gleich großen unbestrahlten Kupferbechers bestimmt.

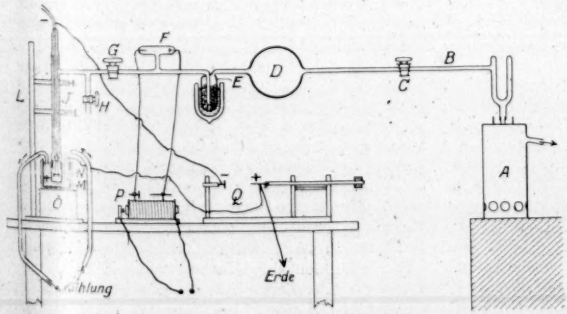


Fig. 3.

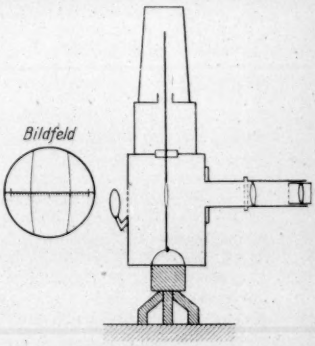


Fig. 4.

Wie die in Fig. 5 graphisch dargestellten Messungsergebnisse der Versuche 1—3 mit Bestrahlung des reinen Kupferbechers und der Versuche 4—12 mit Bestrahlung eingelegter Bleifolie (Kahlbaum puriss. pro analysi 0,1 mm stark) erkennen lassen, hatte die halbstündige Beschießung der Becherinnenwand mit Kathodenstrahlen von 3—5 Milliampere bei Spannungen von 4—62 kV nicht die geringste Steigerung der Elektrometerentladungsgeschwindigkeit zur Folge, es war also keine künstlich erzeugte Radioaktivität nachzuweisen.

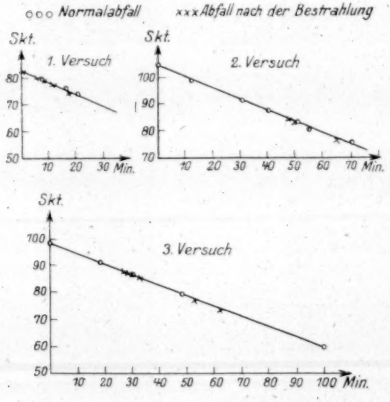


Fig. 5.

Versuchs-Nr.		Spannung *kV*	Strom *mA*	Bestrahlungsdauer Minuten
Cu-Bestrahlung	1.	5	5	30
	2.	50	4	35
	3.	65	4	20
Pb-Bestrahlung	4.	4	12	30
	5.	10	1	10
	6.	30	3	30
	7.	35	3	35
	8.	40	2,5	30
	9.	40	5	30
	10.	45	5	30
	11.	50	3	30
	12.	60	3	45

Es bleibt aber noch zu diskutieren, welchen Geltungsbereich dieses Ergebnis besitzt. Nehmen wir an, die Kathodenstrahlen erzeugten mit einer gewissen Kerntreffwahrscheinlichkeit W ein unbeständiges Produkt, z. B. aus Blei ein Thalliumisotop, aus Kupfer ein Nickelisotop, das unter β-Strahlung mit der Zerfallkonstante λ wieder das Ausgangsmaterial zurückbildet. Ist E die Zahl der in einer Minute die Antikathode treffenden Kathodenstrahlelektronen, T die Bestrahlungsdauer in Minuten und z die Zahl der nach dieser Zeit vorhandenen Atome des neuen Elementes, so haben wir: $dz/dT = EW - \lambda z$ oder integriert:

$$z = \frac{EW}{\lambda}(1 - e^{-\lambda T}). \qquad (1)$$

Nun verstreicht aber vom Ende der Bestrahlung bis zum Messungsbeginn die Zeit t, in dieser zerfällt ein Teil des Produktes, so daß von diesem nur der Rest $z\ e^{-\lambda t}$ wirksam sein kann. Die Zahl Atome, die während der Messungsdauer τ zerfallen, ist $z(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\tau)})$, und dieser Zahl muß der Ladungsverlust des Elektroskops proportional sein:

$$q = v \cdot c = f z (e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\tau)})$$

$$\text{und } v = \frac{EWf}{\lambda c}(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\tau)})(1 - e^{-\lambda T}) \qquad (2)$$

(v ist der Spannungsabfall des Elektroskops in e. st. E.; c die Kapazität der Meßanordnung in cm.)

Der Proportionalitätsfaktor f ist das Produkt aus der Ionenzahl, die ein β-Teilchen im Mittel erzeugt (rund 1000), der Elementarladung eines Ions und dem Ausnutzungsfaktor der β-Strahlen in der Ionsiationskammer (rund 0,3); also $f = 10^3 \cdot 4{,}77 \cdot 10^{-10} \cdot 0{,}3 = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$.

Nach den Versuchsergebnissen war innerhalb der Fehlergrenze von etwa 3 Volt kein beschleunigter Spannungsabfall des Elektrometers zu beobachten, der Ausdruck für v muß also im elektrostatischen Maß kleiner als 10^{-2} sein. In diesem Ausdruck stehen außer den gegebenen Größen E (Elektronenzahl pro Minute bei 3 m A Strom $= 1{,}14 \cdot 10^{18}$), und c (Kapazität $= 6$ cm), f (Messungsfaktor $= 1{,}4 \cdot 10^{-7}$) und den Zeiten T (Bestrahlungsdauer), t (Übergangszeit) und τ (Messungsdauer), die in Minuten gezählt werden, noch die Treffwahrscheinlichkeit W und die Zerfallkonstante λ des Bestrahlungsprodukts. Setzen wir wie bei den meisten Versuchen für $E = 1{,}14 \cdot 10^{18}$, $T = 30$, $t = 1$, $t + \tau = 15$, $c = 6$, $v = 10^{-2}$, so erhalten wir für die Beziehung zwischen W und λ den Ausdruck:

$$W = \frac{3.8 \cdot 10^{-13} \cdot \lambda}{(e^{-\lambda} - e^{-15\lambda})(1 - e^{-30\lambda})}. \qquad (3)$$

Die Schwierigkeit der algebraischen Auswertung für jedes W bzw. λ läßt sich durch graphische Darstellung der logarithmierten Funktion umgehen, welche das Diagramm Fig. 6 zeigt. Die Kurve sagt folgendes aus: Extrem langlebige und extrem kurzlebige Produkte könnten wir auch dann nicht nachweisen, wenn alle Elektronen des Kathodenstrahlbündels erfolgreich Atomkerne getroffen hätten (jenseits der Punkte A und B bei $W = 1$), erstere, weil sie während der Messungsdauer eine zu geringe

Zahl Ionen erzeugen, letztere, weil ihre Menge vor Beginn der Messung schon unter die Nachweisgrenze gesunken ist. Die größte Messungsempfindlichkeit, freilich nur für ein Produkt mit ganz bestimmter Zerfallkonstante, haben wir bei Punkt C im Kurvenminimum. Dazwischen gibt es für jede Treffwahrscheinlichkeit zwei Grenzwerte der Zerfallkonstante, zwischen welchen ein eventuelles Produkt mit unserer Meßanordnung nachweisbar sein müßte.

Punkt A bedeutet ein Element mit $\lambda = 10^{-15}$, also einer Halbwertzeit T von $1{,}3 \cdot 10^{9}$ Jahren, Punkt B ein Element mit $\lambda = 25$ und einer Halbwertzeit von 1,7 Sekunden. Das sind die äußersten Grenzen. Punkt C bedeutet, daß ein

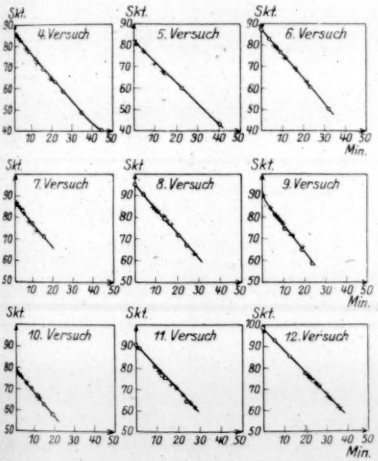


Fig. 6.

neues Element mit $\lambda = 0{,}056$, also $T = 12$ Minuten noch nachweisbar gewesen wäre, wenn nur jedes $5 \cdot 10^{-14}$te Elektron aus dem Kathodenstrahlbündel einen erfolgreichen Kerntreffer gemacht hätte.

Nach Rutherford trifft etwa jedes 10^{-6}te α-Teilchen unelastisch, d. h. zertrümmernd oder aufbauend, auf einen Atomkern. Für diese Wahrscheinlichkeit ergibt unsere Kurve zwei Grenzwerte der Zerfallskonstante 10^{-9} und 1,26. Diesen Zahlen entsprechen die Halbwertzeiten 1300 Jahre und 33 Sekunden.

Die Rechnung ist durchgeführt worden unter der Annahme, daß das neue Element ein β-Strahler ist, daß es also einfach das in den Kern aufgenommene Elektron wieder abgibt, und zwar mit einer seiner Labilität entsprechenden Wucht. Für den Fall, daß das neue Element das aufgenommene Elektron nicht abgibt, sich aber unter α-Strahlung spontan umwandelt, haben wir unter Berücksichtigung der viel stärkeren Ionisationswirkung der α- gegenüber den β-Partikeln in unsere Berechnung einen anderen Messungsfaktor einzusetzen, nämlich $f_\alpha = 4{,}3 \cdot 10^{-5}$ statt $f_\beta = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$. Dann finden wir für $W = 1$ Grenzwerte $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^{-18}$ ($T = 4 \cdot 10^{11}$ Jahre) und $\lambda = 28$ ($T = 1{,}5$ Sek.), und für ein Produkt mit 12 Minuten Halbwertzeit hätten wir die größte Empfindlichkeit der Meßanordnung, nämlich bei einer Treffwahrscheinlichkeit von nur $1{,}5 \cdot 10^{-16}$. Für $W = 10^{-6}$ liegen die Nachweisgrenzen bei $\lambda = 3 \cdot 10^{-13}$ ($T = 5 \cdot 10^{6}$ Jahre) und $\lambda = 20$ ($T = 2$ Sekunden).

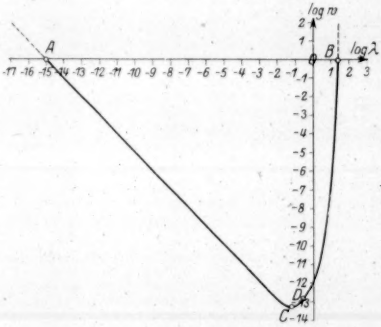


Fig. 7.

Da die Ionisationsmessungen ein einwandfrei negatives Ergebnis hatten, müssen wir unter Vorbehalt eines etwa empfindlicheren Nachweises schließen, daß Kathodenstrahlen der angewandten Härte (bis gegen $\frac{1}{2}$ Lichtgeschwindigkeit) aus Blei kein Element erzeugen, dessen Halbwertzeit als β-Strahler zwischen 1300 Jahren und 33 Sekunden bzw. als α-Strahler zwischen 5 Millionen Jahren und 2 Sekunden liegt, wenn die Kerntreffwahrscheinlichkeit der Elektronen zu 10^{-6} angenommen wird.

Diskussion.

Herr G. Stetter: Im Hinblick auf die Möglichkeit, daß die Produkte der künstlichen Elementverwandlung radioaktiv sein könnten, wurden auch in Wien von Herrn H. Müller (Mitt. d. Inst. d. Radiumf. Nr. 189) eine Reihe von meist schweren Elementen einer kräftigen Bestrahlung, und zwar mit α-Strahlen, unterzogen und hierauf im Elektrometer gemessen. Die Resultate waren vollkommen negativ, wobei allerdings sehr kurzlebige Produkte, ebenso wie bei Herrn Koenig, nicht hätten entdeckt werden können.

Franz Skaupy (Berlin), Licht- und Wärmestrahlung glühender Oxyde.

Als Selektivstrahler bezeichnen wir solche, deren Emissionsvermögen in verschiedenen Spektralgebieten in verschiedenem Maße von dem des schwarzen Körpers abweicht. Für die Beleuchtungstechnik erwünscht sind Selektivstrahler, die im sichtbaren Gebiet eine möglichst hohe, im ultraroten eine möglichst geringe Strahlung aufweisen. Bei den metallischen Strahlern ist eine willkürliche Beeinflussung der Selektivität bisher nicht gelungen, doch weiß man, daß die Überlegenheit des Wolframs als Leuchtkörper gegenüber der Kohle nicht nur auf der geringeren Verdampfungsgeschwindigkeit, sondern auch auf seiner selektiveren Strahlung beruht. Bei den nichtmetallischen Strahlern ist die willkürliche Erzeugung einer selektiven Strahlung weitgehend gelungen, wie das Beispiel des Auerstrumpfes zeigt. Ich habe bei einer früheren Gelegenheit ausführlich auseinandergesetzt (Zeitschr. f. Phys. 12, 177, 1922) daß bei dieser Art von Strahlern vor allem zwei Fälle zu unterscheiden sind: Die durchsichtigen, meist aus einem Einkristall bestehenden und die undurchsichtigen, polykristallinen, meist keramisch hergestellten Strahler. Es wurde auch gezeigt, daß beide Arten im Prinzip dasselbe zu leisten vermögen, der durchsichtige Strahler jedoch vor dem anderen gewisse Vorzüge besitzt. Diese Frage habe ich in der Zwischenzeit mit meinen Mitarbeitern (insbesondere den Herren Hans Ewest und Helmut Schmidt-Reps) eingehend untersucht. Die früheren, allgemeinen Überlegungen wurden bestätigt und einige neue, interessante Ergebnisse gewonnen.

Sowohl durchsichtige wie undurchsichtige feuerbeständige Oxyde und Oxydgemische wurden in der Flamme erhitzt und auf ihre Ultrarotstrahlung, zum Teil auch auf ihre sichtbare Strahlung untersucht. Die Apparatur und auch einige Meßergebnisse sind von einem meiner Mitarbeiter bereits bekanntgegeben worden (Helmut Schmidt-Reps, Zeitschr. f. techn. Phys. 1925, Nr. 7a, S. 332). Diesmal will ich über einige prinzipiell interessante Ergebnisse zusammenfassend berichten.

Es ist allgemein bekannt, daß der sog. Nernst-

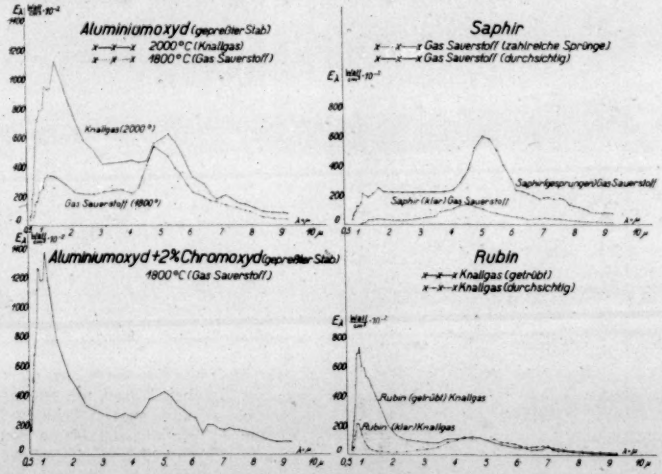


Fig. 1.

körper praktisch ein schwarzer Strahler ist, während der Auerstrumpf in hohem Maße selektiv strahlt. Der erstere ist als undurchsichtiger, der zweite als durchsichtiger Strahler zu betrachten. Es mußte von Interesse sein, Körper zu untersuchen, die sich sowohl in durchsichtiger wie in undurchsichtiger Form herstellen lassen, und deren Strahlung man durch Zusätze selektiv beeinflussen kann. Ein solcher Körper ist das Aluminiumoxyd, das sich mit und ohne Chromoxydzusatz sowohl auf keramischem Wege zu undurchsichtigen Körpern verarbeiten, als auch nach dem Edelsteinschmelzverfahren von Verneuil in durchsichtige Einkristalle verwandeln läßt. (Weißer Saphir, Rubin.)

Die Fig. 1 zeigt Messungsergebnisse an weißem gesinterten Aluminiumoxyd, an durchsichtigem weißen Saphir, an undurchsichtigem

gesinterten Rubin und an durchsichtigem Rubin. Man sieht vor allem, daß das undurchsichtige Aluminiumoxyd in der Gegend von 1,5 μ eine starke Strahlung aufweist, also in demselben Gebiet des Spektrums, in dem bei derselben Temperatur auch der schwarze Körper das Emissionsmaximum besitzt. Bei dem durchsichtigen weißen Saphir dagegen fehlt dieses Maximum, seine Strahlung ist in allen Teilen des Spektrums außerordentlich gering. Leider ist die Temperatur durchsichtiger Körper nicht direkt bestimmbar; es ist aber wohl mit Sicherheit anzunehmen, daß er nur eine höhere Temperatur gehabt haben kann als ein gleich großes, in derselben Flamme erhitztes Stück von undurchsichtigem Aluminiumoxyd, da er ja weniger strahlt als dieses. Die Möglichkeit, daß seine geringe Strahlung von zu niedriger Temperatur herrührt, ist also auszuschließen. Es ergibt sich so ein prinzipieller Unterschied bei der Strahlung von durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern, der nicht von vornherein selbstverständlich ist. Es wäre ja möglich, daß der undurchsichtige Körper infolge eines vollkommenen Reflexionsvermögens ebensowenig strahlt wie der durchsichtige. Vergleicht man nun die Strahlung des durch Chromoxyd gefärbten Aluminiumoxyds einmal an dem undurchsichtigen Stück, das andere Mal an dem durchsichtigen Rubin, so findet man am durchsichtigen ein Strahlungsmaximum an der Stelle, wo sich die Absorptionsbande befindet, dagegen keine nennenswerte Strahlung in der Gegend von 1,5 μ, während beim undurchsichtigen Rubin eine Strahlung bei 1,5 μ mit der durch die selektive Absorption bedingten Strahlung zu einer breiten Emissionsbande verschmolzen ist. Man kann somit beim durchsichtigen Körper durch Färbung eine fast reine Selektivstrahlung erreichen, während beim undurchsichtigen die Selektivität der Strahlung durch die unabhängig von der Färbung auftretende Emission bei 1,5 μ stark geschwächt ist. Der durchsichtige Strahler ist somit dem undurchsichtigen prinzipiell überlegen.

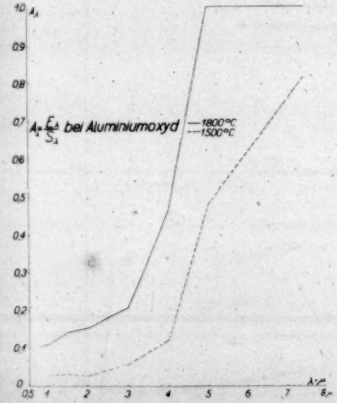


Fig. 2a.

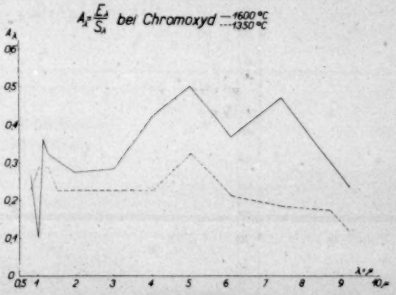


Fig. 2b.

Unsere Messungen zeigen, daß Aluminiumoxyd nicht etwa eine Ausnahme bildet, auch alle anderen bisher untersuchten zeigen ungefärbt ein Emissionsmaximum bei etwa 1,5 μ, also dort, wo der schwarze Körper es besitzen würde. In Fig. 2 wird für einige undurchsichtige Oxyde die Kurve des Absorptionsvermögens wiedergegeben. Man sieht daraus, daß mit steigender Temperatur das Absorptionsvermögen rasch ansteigt, die Strahlung sich also der des schwarzen Körpers annähert. Einige der untersuchten Oxyde sind bei gewöhnlicher Temperatur rein weiß und zeigen ein von der Einheit wenig verschiedenes Reflexionsvermögen. Bei niedriger Temperatur verschwindet demnach der Unterschied zwischen undurchsichtigen und durchsichtigen Körpern bezüglich des Emissionsvermögens wenigstens bei ungefärbten Körpern. Übrigens verhalten sich glasige durchsichtige Körper, wie die Fig. 3 bei Quarzglas zeigt, in ihrer Strahlung ebenso wie durchsichtige Einkristalle. Man könnte annehmen, daß für die Emission der keramischen Körper bei hoher Temperatur die Absorption innerhalb der Kristalle verantwortlich ist, und deshalb in diesen Körpern viel wirksamer ist als bei dem durchsichtigen Körper, weil durch die vielfache Reflexion der Lichtweg beträchtlich vergrößert wird. Tatsächlich sieht man auch beim durchsichtigen Kristall, daß die Absorption mit steigender Temperatur zunimmt. Es ist aber auch denkbar, die Oberfläche der Kristallite als Ausgangspunkt dieser erhöhten Strahlung anzunehmen und die gestörten Kraftfelder der Ober-

flächenatome zwischen den Kristalliten zur Erklärung heranzuziehen. Interessant ist in diesem Zusammenhange die Tatsache, daß nach neueren Untersuchungen (vgl. Hevesy, Zeitschr. f. Phys. 36, 481) polykristalline nichtmetallische Stoffe eine höhere Leitfähigkeit besitzen als Einkristalle. Nach Untersuchungen von Joffé und Smekal ist die Leitfähigkeit von Einkristallen sehr empfindlich gegen Trübungen und Sprungrisse. Ein analoges Verhalten zeigt auch die Strahlung, wie aus den wiedergegebenen Kurven für getrübten, gesprungenen Saphir zu ersehen ist. Es erhebt sich so die Flammenstrahlung viel schwächer ist als die der Oxyde. Wir sind daher zu einer anderen Erklärung gekommen, die, wie sich nachträglich herausstellte, schon vor längerer Zeit von Koblentz (Investigations of Infra-Red Spectra 1908, Part VII, S. 130) in ähnlicher Weise gegeben wurde, zumal Koblentz ähnliche Maxima an elektrisch (ohne Flamme) erhitzten Oxyden erhalten hat. Da diese Emissionsbanden allen untersuchten Oxyden (untersucht wurden außerdem Berylliumoxyd, Calciumoxyd, Ceroxyd, Zirkonoxyd, Yttriumoxyd, Erbiumoxyd) gemeinsam

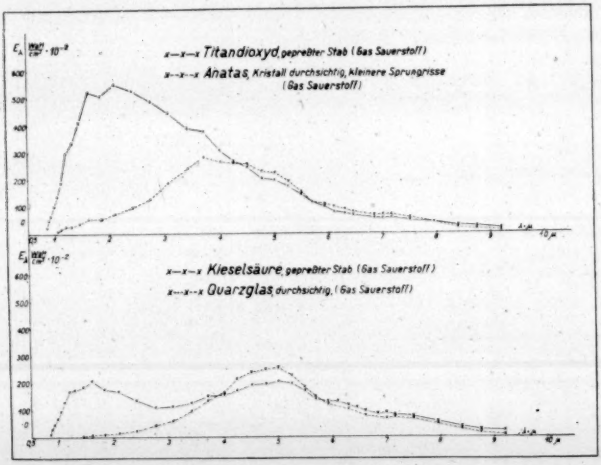


Fig. 3

die Frage, ob nicht auch andere physikalische Eigenschaften der undurchsichtigen polykristallinen Substanz bei höherer Temperatur wesentlich andere sind als beim durchsichtigen Einkristall z. B. die mit der Strahlung in naher Beziehung stehende spezifische Wärme oder der Ausdehnungskoeffizient.

Auch in anderer Beziehung ergaben unsere Messungen theoretisch interessante Resultate. In Fig. 4 sind die Emissionskurven verschiedener Oxyde dargestellt. Man bemerkt leicht, daß sämtliche Oxyde an mehreren für alle Oxyde gleichen Stellen des Spektrums (insbesondere bei 3, 6 μ, 5 μ und 7,1 μ) kleinere Emissionsmaxima aufweisen. Da die zur Erhitzung verwendete Flamme nach den bekannten Messungen von Rubens und anderen ähnliche Maxima zeigt, ist man zuerst versucht, sie auf die Flammenstrahlung zurückzuführen, ein bei näherer Betrachtung vergebliches Beginnen, da sind, gleichgültig, welchem Verbindungstyp (MO, M_2O_3, MO_2) und welchem Kristallsystem sie angehören, müssen sie wohl dem Sauerstoffatom selbst zugeschrieben werden. Wie Fig. 3 zeigt, sind sie selbst dem glasigen Zustand eigen, da auch das durchsichtige Quarzglas sie aufweist. Es handelt sich also vielleicht um inneratomare Schwingungen des Sauerstoffes, die in gleicher Weise in festen und glasigen Körpern und vielleicht auch in Gasen (Flammen) auftreten.

Die Ursachen für das unterschiedliche Verhalten durchsichtiger und undurchsichtiger Körper derselben Substanz sind theoretisch nicht genügend erklärt. Ihre Kenntnis müßte sehr geeignet sein, dem Wesen der Temperaturstrahlung näher zu kommen, die man zwar thermodynamisch zum Teil berechnen, nicht aber auf Elementarvorgänge zurückführen kann. Nach dem Mitgeteilten gibt es mindestens

drei Arten von Temperaturstrahlung: 1. Die der inneren Eigenschwingungen der Atome, die hier an dem Beispiel des Sauerstoffs aufgezeigt wurde. Sie ändern ihre Wellenlänge mit der Temperatur nicht oder wenig. 2. Emissionsbanden, die sich mit steigender Temperatur nach längeren Wellen verschieben. Das Gelbwerden des Zinkoxydes beim Erhitzen bildet ein bekanntes Beispiel, verursacht durch Verschiebung einer Absorptionsbande aus dem Ultravioletten ins Sichtbare. Die Färbung des Rubins dürfte auch hierher gehören. 3. Eine

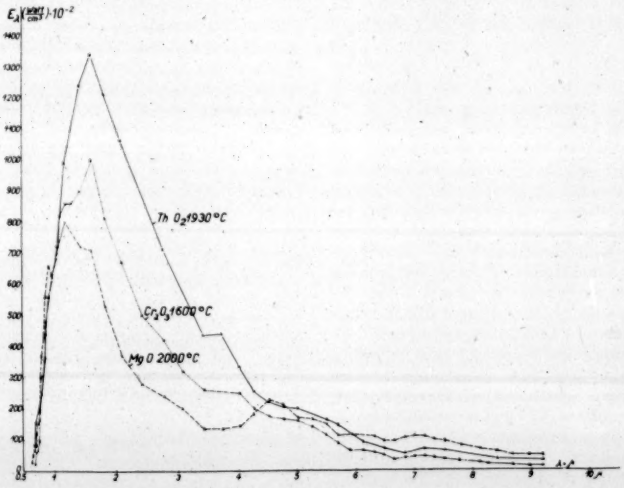


Fig. 4.

kontinuierliche Strahlung, die ihr Maximum etwa an derselben Stelle hat, wie der schwarze Körper gleicher Temperatur. Ich möchte sie als Temperaturstrahlung im engeren Sinne bezeichnen. Sie wurde, wie obenbeschrieben, hauptsächlich an keramischen Körpern beobachtet und die Empfindlichkeit der durchsichtigen Einkristalle gegen Sprungrisse und Trübungen läßt die Möglichkeit offen, daß sie bei wirklich fehlerfreien Einkristallen gar nicht auftritt.

Es sei noch der Versuch gemacht, die oben angenommenen inneren Eigenschwingungen des Sauerstoffatoms in Kristallen aus einer einfachen Vorstellung zu berechnen. Der zentrale positive Kern des Atoms sei von einer kugelförmigen Wolke kontinuierlich verteilter negativer Elektrizität umgeben, deren Radius nach den kristallographischen Vorstellungen von V. M. Goldschmidt (Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft 60, 1263, 1927) berechnet werden kann, und zwar dem von Goldschmidt angegebenen Anionenradius des Sauerstoffs in Kristallen ($1{,}32 \cdot 10^{-8}$ cm) gleichgesetzt wird. Der Kern führe innerhalb der negativen Ladung, die unbeweglich bleibt, Schwingungen um seine Gleichgewichtslage aus und befinde sich zur Zeit t in der Entfernung x von der Gleichgewichtslage (Mittelpunkt). Bezeichnet man mit z die Ordnungszahl, mit e das elektrische Elementarquantum und mit r den Radius der negativen Ladung, so wirkt auf die positive Ladung des Kerns ($z\,e$) nur die innerhalb der Kugel vom Radius x befindliche negative Ladung $\left(z\,e \cdot \frac{x^3}{r^3}\right)$, die im Mittelpunkt des Atoms konzentriert gedacht werden kann, und man erhält für die wirkende Kraft

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{z^2 e^2}{r^3} x.$$

Aus Atomgewicht A und Loschmidtscher Zahl N berechnet sich $m = \frac{A}{N}$. Die Schwingungszahl ergibt sich nach bekannten Regeln zu $\nu = \frac{e\sqrt{N}}{2\pi} \cdot \frac{z}{A^{1/2} r^{3/2}}$ und die Wellenlänge in μ zu:

$$\lambda = 5{,}05 \cdot 10^{12} \frac{A^{1/2} r^{3/2}}{z}.$$

Setzt man für r den Goldschmidtschen Anionenradius ein (daß das Anion zwei Elektronen

mehr besitzt als das Sauerstoffatom, ist hier nicht berücksichtigt) so ergibt sich eine Wellenlänge der Eigenschwingung von $\lambda = 3{,}9\ \mu$. In Wirklichkeit sind mehrere Emissionsbanden beobachtet, die aber alle in dieser Gegend liegen. Es soll hier nur die gute Übereinstimmung der Größenordnung gezeigt werden. Erst eine ins einzelne gehende Theorie (Berücksichtigung der Dämpfung, der Abweichungen des Atoms von der Kugelform usw.) wird zeigen können, ob die hier entwickelte Vorstellung sich brauchbar erweist. Auch die mit dem Sauerstoff im Oxyd verbundenen Metallatome müssen Eigenschwingungen zeigen, deren Wellenlänge nach obiger Formel mit zunehmendem Atomgewicht sich immer mehr dem sichtbaren Spektralgebiet nähert.

Diskussion.

Herr Th. Dreisch: Nach meiner Ansicht sind die erwähnten ultraroten Banden nicht auf Elektronenschwingungen des atomaren Sauerstoffs, sondern auf Eigenfrequenzen von Atomgruppen zurückzuführen. Derartige Eigenfrequenzen sind außer den Reflexionsbanden im fernen Ultrarot, ja auch im näheren Ultrarot in Absorption nachgewiesen worden. Ich verweise besonders auf die Arbeiten von Schaefer und seinen Mitarbeitern und bei Quarz, Quarzglas und optischen Gläsern auch auf Untersuchungen von mir.

Herr Joos: Die Annahme, daß die beobachtete Absorptions- bzw. Reflexionsbande von den Elektronen des Sauerstoffatoms bzw. Ions herrühre, widerspricht natürlich unserer sonstigen Kenntnis. Man braucht aber gar nicht soweit zu suchen, denn die Lage der Bande fällt in das Spektralgebiet, wo die Schwingungen innerhalb von Komplexen liegen. Da von den meisten angegebenen Stoffen anzunehmen ist, daß sie keine reinen Ionengitter sind, ist diese Erklärung sehr wohl möglich. Daß die Banden für alle Stoffe an derselben Stelle liegen, ist bei der geringen Auflösung im Ultrarot nicht allzu hoch zu bewerten, sind die Bindekräfte des O-Ions im Komplex annähernd gleich, so wird die Bande an derselben Stelle erscheinen.

Herr Espe: Sind Erdalkalioxyde ebenfalls untersucht worden?

Herr Skaupy: Die Deutung der Oxydbanden als Eigenfrequenzen im Sinne der von Schaefer und anderen beobachteten halte ich aus den schon erwähnten Gründen für unwahrscheinlich. Wenn auch die Masse der Sauerstoffatome in allen Oxyden gleich angenommsn werden kann, so doch nicht die wirksame Kraft. Es ist auch nicht einzusehen, welche für alle Oxyde gemeinsamen Komplexe man annehmen müßte. Auch Erdalkalioxyde zeigen diese Banden (CaO, MgO, BeO).

W. Grotrian und G. Ramsauer (Potsdam), **Über den inversen Stark-Effekt einiger Kalium-Hauptserienlinien.** (Auszugsweise vorgetragen von W. Grotrian.)

Fast das gesamte bisher vorliegende Beobachtungsmaterial über den Stark-Effekt der Spektrallinien ist an Emissionslinien gewonnen worden[1], obwohl die Methode, den Effekt an Absorptionslinien festzustellen, also den sogenannten inversen Stark-Effekt zu beobachten, fast ebenso lange bekannt ist[2]) wie die Emissionsmethoden. Das Prinzip der Absorptionsmethode besteht bekanntlich darin, daß man in einem Vakuumgefäß einen so kleinen Druck des zu untersuchenden Gases oder Dampfes erzeugt, daß dieser zwar zum Nachweis der Absorption ausreicht, aber doch so niedrig ist, daß man zwischen zwei in dem Vakuumgefäß angebrachten, in kleinem Abstande einander gegenüberstehenden planparallelen Platten hohe Spannungen zur Erzeugung des elektrischen Feldes anlegen kann. Daß die praktische Bedeutung dieser Methode bisher so gering gewesen ist, liegt daran, daß sie naturgemäß beschränkt ist auf die Linien, die stark absorbiert werden, also insbesondere die ersten Glieder der Absorptionsserien, und daß außerdem gerade diese Linien bei den Elementen, bei denen eine solche Untersuchung überhaupt möglich ist, sehr unempfindlich gegen elektrische Felder sind. Denn diese Linien zeigen nicht den linearen, sondern den viel kleineren, quadratischen Stark-Effekt, der bei manchen Linien so gering ist, daß selbst die außerordentlich empfindlichen Hilfsmittel, die sich zum Nachweis des Effektes bei der Absorptionsmethode anwenden lassen, bei einzelnen Linien versagen. So konnten Paschen und Gerlach[3]) an der Hg-Absorptionslinie $\lambda = 2537$ in einem Felde von 14500 Volt/cm keine Veränderung bemerken, obwohl sie eine Verschiebung um 4×10^{-5} Å.-E. hätten nachweisen können. Dagegen ist es Ladenburg[4]) gelungen, den Stark-Effekt der D-Linien des Natriums nach der Absorptionsmethode nachzuweisen. In dieser Arbeit, die in methodischer Hinsicht für die vorliegende Untersuchung in vielen Punkten vorbildlich war, erreichte Ladenburg bei einem Na-Dampfdruck von weniger als 10^{-5} mm elektrische Felder bis zu 160000 Volt/cm und konnte mit einer Lummer-Gehrcke-Platte bei diese

1) Siehe z. B. die Zusammenstellung des Beobachtungsmaterials in dem von J. Stark verfaßten Artikel über den Stark-Effekt in Bd. 21 des Handbuches der Experimentalphysik, herausgegeben von W. Wien und F. Harms.

2) R. Ladenburg, Schles. Ges. f. vaterl. Kultur. 24. Febr. 1914.

3) F. Paschen u. W. Gerlach, Physik. Zeitschr. 15. 489. 1914.

4) R. Ladenburg, Zeitschr. f. Phys. **28**, 51, 1924

Feldstärke eine Rotverschiebung der D-Linien um 0,025 Å.-E. okular feststellen. Es gelang ihm auch, die von der Theorie geforderte quadratische Abhängigkeit der Verschiebung von der Feldstärke nachzuweisen. Die Kleinheit des Effektes zeigt, daß es nur mit Spektralapparaten hohen Auflösungsvermögens möglich ist, einen Erfolg zu erzielen. Daß man solche Spektroskope bei der Absorptionsmethode anwenden kann, ist ein Vorzug derselben gegenüber den Emissionsmethoden, bei denen die geringe Intensität der Lichtquellen die Verwendung derartiger Spektralapparate zum mindesten wesentlich erschwert, wenn nicht gar unmöglich macht. Deshalb ist es bisher auch noch nicht gelungen, den Stark-Effekt der D-Linien oder analoger Anfangsglieder der Alkalihauptserien bei Anwendung der üblichen Emissionsmethoden zu beobachten[1]).

Das Ziel der von uns unternommenen Untersuchung ging nun dahin, unter Beibehaltung der für die Absorptionsmethode charakteristischen Anordnungen eine Apparatur zu schaffen, die es ermöglicht, nicht nur an den ersten Gliedern der Absorptionsserien, sondern auch an den höheren Gliedern den quadratischen Stark-Effekt nachzuweisen. Die Hauptschwierigkeit, die hier zu überwinden ist, besteht darin, daß der Absorptionskoeffizient mit wachsender Laufzahl der Serienglieder stark abnimmt, und zwar ist diese Abnahme besonders schroff beim Übergang vom 1. zum 2. Gliede der Absorptionsserie. Man muß deshalb die Zahl der absorbierenden Atome vergrößern, wenn man höhere Glieder der Absorptionsserie beobachten will. Das kann entweder durch Erhöhung des Druckes oder durch Verlängerung der absorbierenden Schicht geschehen. Dem ersteren Hilfsmittel ist eine nahe Grenze dadurch gesetzt, daß bei zunehmendem Druck die Entladungsspannung im Dampfraum rasch abnimmt und es daher sehr bald nicht mehr möglich ist, die zur Beobachtung des Stark-Effektes erforderlichen Felder anzulegen. Allerdings kann man den Druck mit wachsender Laufzahl der Serie auf Kosten der maximal erreichbaren Feldstärke deshalb wenigstens etwas vergrößern, weil die Empfindlichkeit der Linien mit wachsender Laufzahl stark zunimmt und immer kleinere Feldstärken ausreichen, um den Effekt nachzuweisen. Nach der Theorie von Becker[2]) wächst für die Hauptserienlinien der Alkalien die der Rotverschiebung entprechende Frequenzdifferenz mit der 6. Potenz der Hauptquantenzahl. Trotz dieser starken Zunahme des Effektes ist es aber nicht möglich, allein durch Erhöhung des Druckes zum Ziele zu gelangen und die Länge der absorbierenden Schicht so klein zu halten, wie es z. B. Ladenburg beim Nachweis des Stark-Effektes der D-Linien getan hat, der bei seinen Versuchen eine absorbierende Schichtlänge von nur 28 mm benötigte.

Wir haben nun bei unserer Apparatur die Schichtlänge gleich ganz wesentlich, und zwar auf ungefähr 80 cm vergrößert, so daß wir sicher sein konnten, wenigstens das 2. Glied einer Absorptionsserie bei Dampfdrucken zu beobachten, die so klein waren, daß sich noch erhebliche Felder anlegen ließen. Die Hauptschwierigkeit, die dabei zu überwinden ist, besteht darin, daß zwei Platten auf eine Länge von 80 cm in kleinem, möglichst genau gleichem Abstande im Vakuum einander gegenübergestellt werden und so fest montiert sein müssen, daß sie sich unter dem Einfluß der elektrostatischen Kräfte des Feldes nicht deformieren. Was die Gleichförmigkeit des Abstandes betrifft, so wäre es erwünscht, wenn dieser auf etwa 1 Proz. genau gleichmäßig wäre, denn das ist auch ungefähr die Genauigkeit, mit der sich die an den Platten angelegte Spannung konstant halten läßt. Wenn der Abstand der Platten, wie bei unserer Anordnung, 1,55 mm beträgt, so müßte also der Abstand auf 0,015 mm konstant sein. Dies zu erreichen, ist wohl nicht unmöglich, aber sicher recht schwierig. Tatsächlich haben wir diese Genauigkeit bei unserer bisher verwendeten Anordnung nicht erreicht. Der Abstand zwischen den Platten schwankte erheblich stärker, und zwar betrugen die maximalen Abweichungen von dem Mittelwert 1,55 mm etwa $\pm$ 0,05 mm. Dadurch müssen die Spektrallinien im Felde etwas verbreitert erscheinen. Da man aber bei der Messung auf die Mitte der verbreiterten Linie einstellen wird, so entspricht der so gemessenen Verschiebung auch der aus dem Mittelwerte des Abstandes der Platten berechnete Wert der Feldstärke. Wenn also dieser Mittelwert nur richtig bestimmt ist, so werden durch die Schwankungen des Abstandes der Platten keine systematischen Fehler entstehen.

Wir gehen nun dazu über, die von uns benutzte Versuchsanordnung an Hand der schematischen Fig. 1 zu beschreiben. Als Absorptionsrohr benutzten wir ein nahtloses Stahlrohr R von ungefähr 1,50 m Länge, 5 cm Außendurchmesser und 1,5 mm Wandstärke.

Dieses wurde an den Enden mit Flanschen versehen, an die Glasansätze angekittet werden konnten. Diese enthielten zeitliche Ansatzrohre als Zuleitungen zu zwei Gaede-Pumpen, mit denen das

1) H. Kopfermann u. R. Ladenburg, Ann. d. Phys. **78**, 675, 1926 haben den Stark-Effekt der D-Linien in Resonanz beobachtet.

2) R. Becker, Zeitschr. f. Phys. **9**, 322, 1922.

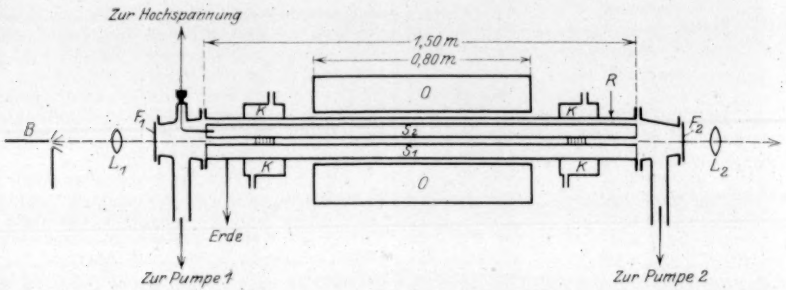


Fig. 1.

Rohr bis zu Drucken der Restgase $< 10^{-4}$ mm Hg ausgepumpt werden konnte. Quecksilberdampf wurde durch Kühlung mit flüssiger Luft ausgefroren. Die Glasansätze waren an ihren äußeren Enden wieder flanschartig umgebogen, so daß zwei Fenster F_1 und F_2 aus geschmolzenem Quarz aufgekittet werden konnten. Der linke Glasansatz trug außerdem ein kleines Ansatzrohr, in das ein Kupferdraht zur Anlegung der Hochspannung an die eine Platte des Feld-

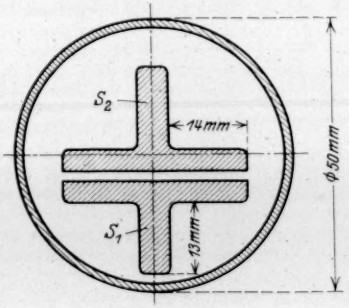


Fig. 2.

kondensators eingekittet war. Der mittlere Teil des Rohres war umgeben von einem 80 cm langen Heraeus-Ofen O, der mit Wechselstrom geheizt wurde. Auf den äußeren Teilen des Rohres saßen zwei Kühlmäntel K, durch die Wasser strömte. In das Innere des Rohres konnten zwei eiserne T-Schienen S_1 und S_2 hineingeschoben werden, deren ebene Flächen sehr sorgfältig abgehobelt und aufeinander abgeschliffen waren und die den Feldkondensator bildeten. Die Schienen waren nur einige Zentimeter kürzer als das Rohr. Aus Fig. 2, die einen Querschnitt durch die Mitte des Rohres zeigt, ist die Form der Schienen am besten ersichtlich. Fig. 3 stellt einen Querschnitt durch das Rohr an der Stelle dar, wo außen die Kühlmäntel K sitzen.

Sie zeigt, wie die untere Schiene S_1 mittels der Bügel B direkt auf der Innenwand des Rohres abgestützt und dadurch auch leitend mit dem geerdeten Rohr verbunden ist. Weiterhin erkennt man, in welcher Weise die obere Schiene S_2 gegen die untere abgestützt und isoliert ist. Durch ein Loch im Querbalken der oberen Schiene ist ein Träger T_2 gesteckt, der

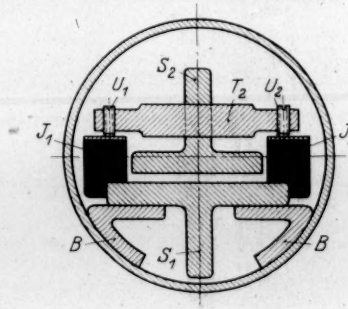


Fig. 3.

an seinen Enden zwei kleine Stellschrauben U_1 und U_2 besitzt. Diese Schrauben liegen mit kleinen Unterlegscheiben auf den Bernsteinisolatoren J_1 und J_2, die ihrerseits auf der unteren Schiene aufliegen. Mit Hilfe der Schrauben U_1 und U_2 kann der Abstand der Schienen auf einen bestimmten Wert eingestellt werden. Der Abstand der beiden Punkte, an denen die Schienen gegeneinander abgestützt sind, beträgt etwa 1,20 m. Seine Größe ist dadurch bedingt, daß die Isolation der beiden Schienen gegeneinander außerhalb des Ofens an den Stellen erfolgen muß, wo die Schienen schon wieder kalt sind und wo sich kein Metallbeschlag mehr bilden kann, der die Isolation verderben würde.

Der große Abstand der Stützpunkte hat zur Folge, daß die obere Schiene trotz des T-förmigen Querschnittes nicht die genügende Biegungsfestigkeit besitzt, um zu verhindern, daß sie sich unter ihrem Eigengewicht ein wenig durchbiegt und der Abstand in der Mitte etwas kleiner wird. Der Durchhang der oberen Schiene betrug etwa 0,3 mm[1]). Um ihn zu beseitigen, haben wir die obere Schiene an ihren beiden Enden durch Klammern gegen die untere Schiene angedrückt.

Diese Anordnung ist aus Fig. 4 ersichtlich, die einen Querschnitt durch eines der Enden des Rohres R darstellt. Die beiden Klammern M_1 und M_2 greifen seitlich um die beiden Schienen herum. Während die Klammern an der unteren Schiene direkt aufliegen, sind

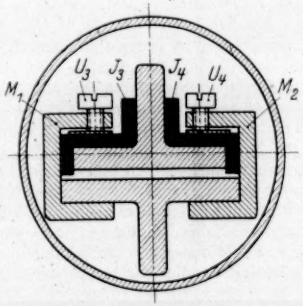


Fig. 4.

sie von der oberen durch die Bernsteinstücke I_3 und I_4 isoliert. Durch die Schrauben U_3 und U_4 können nun beide Schienen an ihren Enden in fein verstellbarer Weise gegeneinander angedrückt werden. Dadurch heben sie sich in der Mitte voneinander ab, und man kann es durch Regulieren an den 4 Schrauben U_1, U_2, U_3 und U_4 mit geringer Mühe erreichen, daß ihr Abstand in dem mittleren Stück von etwa 80 cm Länge mit der Genauigkeit konstant ist, die wir schon vorher angegeben haben. Die Prüfung des Abstandes erfolgte mit Dickenmessern, die von 0,1 zu 0,1 mm abgestuft waren. Die ganze Justierung des Schienensystems wurde natürlich außerhalb des Rohres vorgenommen, wobei die untere Schiene auf Unterlagen genau so abgestützt war wie nachher im Rohre, so daß Veränderungen beim Hineinschieben nicht zu befürchten waren. Durch die Klammerung an den Enden sind die Schienen in einen solchen Spannungszustand versetzt, daß schon sehr erhebliche Kräfte wirksam sein müßten, um ihre relative Lage auch nur ganz wenig zu verändern. Es ist deshalb berechtigt anzunehmen, daß auch die elektrostatischen Kräfte, die bei angelegter elektrischer Spannung zwischen den Schienen wirken, nicht ausreichen, um eine über wenige hundertstel Millimeter hinausgehende Deformation der Schienen zu bewirken.

Zur Erzeugung der Hochspannung haben wir bei den ersten Versuchen nach dem Vorbild von Ladenburg eine große Influenzmaschine von A. Wehrsen benutzt, deren Spannung durch einen Spitzennebenverschluß einreguliert werden kann. Diese Anordnung bewährte sich durchaus, solange die Isolation der Schienen tadellos war, es ergaben sich aber Schwierigkeiten, wenn die Isolation auch nur ein wenig nachließ und infolgedessen ein schwacher Strom aus der Maschine entnommen werden mußte. Denn bekanntlich sinkt die Spannung einer Influenzmaschine sehr schnell bei auch nur geringer Stromentnahme. Da wir anderseits die außerordentlich hohen Spannungen, die man mit einer Influenzmaschine erzeugen kann, gar nicht benötigten, erschien es wünschenswert, eine Energiequelle zu wählen, die Spannungen bis etwa 20000 Volt zu erzeugen gestattete, aber auch eine gewisse Stromentnahme ohne zu großen Spannungsverlust vertrug. Wir wählten daher eine Gleichrichteranordnung, und haben ein von dem Frankfurter Institut für physikalische Grundlagen der Medizin geliefertes Aggregat, ein sogenanntes Protonelement, mit großem Vorteil verwendet[1]). Dieser Apparat liefert Gleichspannung bis zu 25000 Volt und verträgt eine maximale Stromentnahme von 40 Milliamp. Wir haben natürlich einen so großen Strom nie benötigt; die maximalen Ströme, wenn eine Entladung von der oberen Schiene zur Rohrwand ging, betrugen etwa 1 Milliamp. Im allgemeinen war aber an dem Milliamperemeter überhaupt kein Ausschlag zu bemerken. Die wesentlich schwächeren, auf Isolationsfehler zurückzuführenden Ströme, die die Spannung der Influenzmaschine schon sehr beeinflußten, machten sich bei dem Gleichrichter überhaupt nicht bemerkbar. Außerdem war es bei diesem Aggregat viel leichter, die Spannung konstant zu halten. Sie wurde eingestellt durch Veränderung eines in die primäre Wechselstromzu-

1) Es liegt der Gedanke nahe, zur völligen Vermeidung einer solchen Durchbiegung die Platten des Feldkondensators nicht horizontal, sondern vertikal zu stellen. Eine solche Anordnung, die wohl manche Vorzüge haben würde, war aber bisher deshalb nicht durchführbar, weil unser ortsfest aufgestellter Gitterspektrograph in horizontaler Richtung ausgefüllt sein muß. Da uns eine Vorrichtung zur Drehung des Strahlenganges nicht zur Verfügung stand, haben wir die horizontale Anordnung der Platten gewählt.

1) M. Brenziger, F. Dessauer u. E. Lorenz, Zeitschr. f. techn. Phys. 7, 84, 1926.

leitung eingeschalteten Schieberwiderstandes, der während eines Versuches nur ein wenig hin- und hergeschoben zu werden brauchte, um die Spannung mit der gewünschten Genauigkeit konstant zu halten. In die Zuleitung vom Gleichrichter zu der oberen Schiene wurden ein oder zwei variable Flüssigkeitswiderstände eingeschaltet um zu verhindern, daß bei einer Funkenentladung im Rohr, die natürlich bei hohen Spannungen gelegentlich auftrat, zu große Ströme aus den Kondensatoren des Gleichrichters entnommen würden. Da der Stark-Effekt bei den von uns untersuchten Linien quadratisch von der Feldstärke abhängt, ist es gleichgültig, ob man den +- oder —-Pol des Gleichrichters mit der oberen Schiene verbindet. Wir haben beide Schaltungen verwendet und nie einen Unterschied beobachtet. Dagegen hing die maximale Spannung, die sich ohne Funkenübergang zwischen der oberen und der unteren Schiene bzw. dem Rohr anlegen ließ, insbesondere bei hohen Spannungen gelegentlich von der Polarität ab. Wir haben dann natürlich die Schaltung gewählt, bei der höhere Spannungen erreichbar waren. Zur Messung der Spannung verwendeten wir ein elektrostatisches Voltmeter von Hartmann & Braun, das Spannungen bis zu 20000 Volt abzulesen gestattete. Eine Eichung des Instrumentes, die in dankenswerter Weise von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt durchgeführt wurde, ergab, daß seine Angaben in dem von uns benutzten Meßbereich auf etwa 1 Proz. genau waren.

Die optische Anordnung ist im wesentlichen aus Fig. 1 ersichtlich. Als kontinuierliche Lichtquelle diente der positive Krater eines Lichtbogens B. Für diesen verwendeten wir sehr reine, verkupferte Graphitstäbe[1]) und zwar von 5 mm Durchmesser für die positive und 7 mm Durchmesser für die negative Elektrode. Die Stromstärke im Bogen betrug 25 bis 30 Amp. Das Licht dieses Bogens enthielt natürlich, dem kontinuierlichen Spektrum überlagert, Cu-Linien und Banden, die aber nicht störten. Das von der positiven Kohle kommende Licht wurde durch die Linse L_1, ein Quarzflußspatachromat von $f = 20$ cm Brennweite, parallel gemacht. Nach Durchgang des parallelen Bündels durch den engen Schlitz zwischen den Schienen, wurde das Licht durch die Linse L_2, ein Quarzflußspatachromat von $f = 30$ cm Brennweite, wieder konvergent gemacht. Mit einer dritten, in Fig. 1 nicht eingezeichneten Quarzlinse von $f = 30$ cm Brennweite wurde das Licht so auf den Spalt des Spektrographen geworfen, daß dieser gerade voll ausgefüllt war. Dabei entstand auf ihm ein schmaler, heller Streifen, der trotz der astigmatischen Abbildung des Gitters immerhin noch in einem horizontalen Streifen auf den Platten abgebildet wurde. Als Spektrograph diente ein großes Rowlandsches Konkavgitter von 6,5 m Krümmungsradius in der Aufstellung, die kürzlich von H. Gieseler und dem einen von uns[1]) beschrieben worden ist. Benutzt wurde vor allem die lichtstarke, zweite Ordnung des Gitters, in der die Dispersion je nach der Wellenlänge 1,2 bis 1,3 Å.-E./mm ist. Gelegentlich haben wir auch Aufnahmen der dritten Ordnung zur Auswertung mitbenutzt. Die verwendete Spaltbreite betrug im allgemeinen 0,02 mm.

Als erstes zu untersuchendes Element haben wir Kalium gewählt auf Grund folgender Überlegung. Von den Elementen, die überhaupt für eine Untersuchung in Frage kommen, sind die Alkalien deshalb am geeignetsten, weil sie bei den niedrigsten Temperaturen die notwendigen Dampfdrucke geben. Von diesem Gesichtspunkt aus wären natürlich von den Alkalien die schweren, also speziell Cs, am günstigsten. Als zweiter Gesichtspunkt sind die Wellenlängen der für die Untersuchung in Frage kommenden Linien zu berücksichtigen. Diese müssen möglichst in Spektralgebiete fallen, in denen man mit vernünftigen Expositionszeiten auskommen kann. Für die ersten Glieder der Hauptserie ist hier Na am günstigsten, für die zweiten und höheren Glieder liegen die Wellenlängen am günstigsten wieder bei Cs. Schließlich kommt als dritter Gesichtspunkt die zu erwartende Beeinflußbarkeit der Linien durch elektrische Felder hinzu. Hier sagt die Theorie voraus, daß die Empfindlichkeit der Linien um so größer ist, je weniger die Therme von den Wasserstoffthermen abweichen. Am günstigsten ist also hiernach Li, am ungünstigsten Cs. Wir wogen die verschiedenen Momente gegeneinander und entschlossen uns zur Wahl von Kalium.

Das benutzte von F. A. Kahlbaum bezogene Kalium wurde vor Einführung in das Rohr zweimal im Hochvakuum destilliert und in Glasröhren gesammelt. Diese wurden, nachdem sie an den Enden geöffnet waren, in eiserne Schiffchen gelegt und in die Mitte des Absorptionsrohres hineingeschoben. Die Temperaturen zur Erzeugung des erforderlichen Dampfdruckes betrugen ca. 200° C. Sie variierten etwas von Fall zu Fall, da ja in dem Rohr kein konstanter Dampfdruck herrschte, sondern das Kalium von der Mitte nach den Stellen des Rohres wegdestillierte, wo der Ofen O aufhörte.

1) Diese ausgezeichneten Graphitstäbe wurden uns von der Firma Gebr. Siemens & Co. in dankenswerter Weise kostenlos zur Verfügung gestellt.

1) H. Gieseler u. W. Grotrian, Naturwissenschaften 15, 233, 1927.

Die zur Erzeugung des erforderlichen Dampfdruckes notwendige Temperatur hing infolgedessen auch von der Größe der Oberfläche der verdampfenden Substanz ab. Wie groß die Drucke des Kaliums bei den von uns verwendeten Temperaturen waren, können wir nicht genau angeben. Sicher waren sie aber wesentlich kleiner als 7×10^{-3} mm, was dem Sättigungsdrucke bei 200° entsprechen würde. Schwierigkeiten ergaben sich dadurch, daß das Kalium sich gelegentlich auch an den horizontalen Flächen der Schienen niederschlug. Dann gingen an diesen Stellen Funken über, und es ließ sich keine hohe Spannung mehr anlegen. Dies trat besonders dann ein, wenn bei zu schneller Erhitzung des Ofens die obere Schiene noch nicht die Temperatur des Rohres angenommen hatte. Bei genügend langsamer Erhitzung ließ sich das vermeiden. Gelegentlich haben wir das Kalium in Schiffchen an der oberen Schiene angebracht. Dann traten die erwähnten Schwierigkeiten nicht auf, aber andere stellten sich dafür ein, auf die hier einzugehen zu weit führen würde. Wir möchten nur bemerken, daß eine neue Anordnung in Vorbereitung ist, bei der die bisher gemachten Erfahrungen ausgenutzt werden sollen.

Untersucht haben wir nun bisher den inversen Stark-Effekt an dem zweiten und dritten Gliede der Kalium-Hauptserie in Abhängigkeit von der Feldstärke. Die Wellenlängen der betreffenden Linien sind $\lambda = 4047{,}201$ und $4044{,}140$ für das zweite Glied und $\lambda = 3447{,}701$ und $3446{,}722$ für das dritte Glied. Um das zweite Glied in der zweiten Ordnung des Gitters zu erhalten, waren Expositionszeiten von etwa 20 Minuten erforderlich, für das dritte Glied dagegen etwa eine Stunde. Die Versuche gingen in der Weise vor sich, daß zunächst in einem Vorversuch ohne Feld festgestellt wurde, ob der notwendige Dampfdruck des Kaliums vorhanden war. Dann wurde eine Aufnahme mit Feld gemacht, wobei durch dicht vor den photographischen Platten angebrachte Blenden die untere Hälfte der Platten abgedeckt war. Bei der gleich darauf folgenden Aufnahme ohne Feld wurden die Blenden so verschoben, daß die schon belichtete obere Hälfte der Platten abgedeckt war. Auf diese Weise erhielten wir auf jeder Platte untereinander die Absorptionslinien mit und ohne Feld, so daß

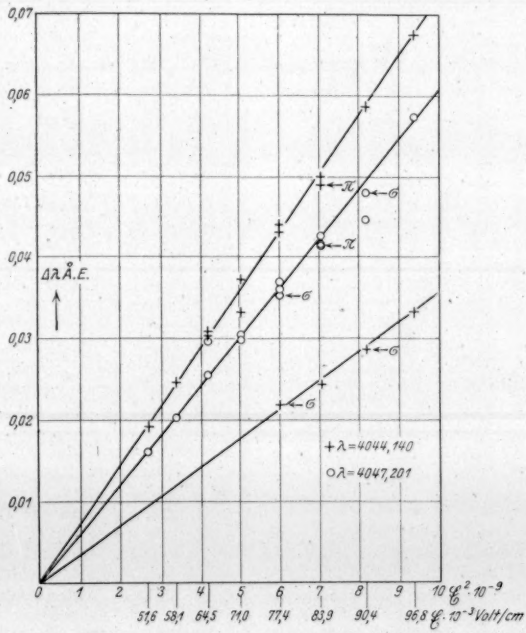


Fig. 5.

die Verschiebung der Linien im Felde direkt zu sehen war. Die Messung der Verschiebungen erfolgte mit einem Zeiss-Komparator. Jede Linie wurde bei verschiedenen Vergrößerungen von jedem von uns etwa zehnmal eingestellt, aus den einzelnen so erhaltenen Verschiebungen wurden die Mittelwerte gebildet. Sämtliche von uns bisher beobachteten Verschiebungen sind Rotverschiebungen. In den Fig. 5 u. 6 sind die Ergebnisse für das zweite und dritte Glied der Hauptserie graphisch dargestellt. Als Ordinaten sind die Rotverschiebungen der Linien in Å.-E.,

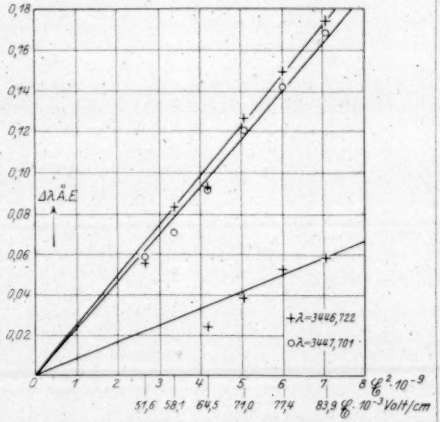


Fig. 6.

als Abszissen die Quadrate der Feldstärken mit dem Faktor 10^{-9} multipliziert aufgetragen. Auf der Abszisse sind auch die Feldstärken selbst angegeben, die den einzelnen Meßpunkten entsprechen. Wie man sieht, haben wir beim zweiten Gliede Feldstärken bis nahezu 100000 Volt/cm, beim dritten Gliede solche bis zu 84000 Volt/cm erreicht. Durch die Meßpunkte für die einzelnen Linien lassen sich bei 4047 und 4044 mit großer Genauigkeit gerade Linien legen, die durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehen. Auch bei 3447 und 3446 ist das möglich, obwohl die Abweichungen hier größer sind. Trotzdem kann auch hier kein Zweifel bestehen, daß der Effekt tatsächlich proportional E^2 ist, wie man nach der Theorie erwarten muß.

Weiterhin ergibt sich für das zweite Glied der Hauptserie mit Sicherheit, für das dritte Glied mit großer Wahrscheinlichkeit, daß die kurzwelligere Linie jedes Dubletts etwas stärker verschoben wird als die langwelligere. Außerdem war auf den Platten stets deutlich zu erkennen, daß die kurzwelligere Dublettlinie im Felde diffuser war als die langwellige. Dies rührt daher, daß die Linien 4044 und 3446 im Felde in zwei Komponenten aufspalten, von denen die eine mehr und die andere weniger verschoben ist. Bei 4044 haben wir bei einer Feldstärke von 96800 Volt/cm die beiden Komponenten getrennt erhalten und auch auf einer besonders guten Aufnahme bei 83900 Volt/cm war die Messung beider Komponenten möglich. Die erhaltenen Punkte sind in Fig. 5 eingetragen. Bei $\lambda = 3446$ haben wir schon von 64500 Volt/cm an die beiden Komponenten beobachten und messen können. Durch die so erhaltenen Punkte läßt sich, zwar ohne große Genauigkeit, wieder eine durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehende Gerade legen.

Eine wesentliche Ergänzung erfahren diese Resultate durch die Beobachtungen im polarisierten Lichte. Zu diesem Zwecke wurde direkt hinter dem Fenster F_2 vor der Linse L_2 ein Nicolsches Prisma eingeschaltet und so eingestellt, daß entweder nur parallel (π) oder senkrecht (σ) zum elektrischen Felde polarisiertes Licht durchgelassen wurde. Leider haben wir die Aufnahmen mit Polarisation bisher nur an dem zweiten Gliede der Hauptserie durchführen können, weil für das dritte Glied die Expositionszeiten zu lang werden. Eine Aufnahme mit π-Polarisation wurde bei 83900 Volt/cm gemacht. Die erhaltenen Punkte sind in Fig. 5 mit π bezeichnet eingetragen. Wie man sieht, fallen sie mit genügender Genauigkeit auf die Gerade für die stark verschobene Komponente von 4044 und die Gerade für 4047. Bemerkenswert an dieser Aufnahme war, daß die Linie 4044 im Felde mindestens ebenso scharf, wenn nicht gar schärfer war als 4047. Dies beweist, daß die weniger verschobene Komponente im π-polarisierten Lichte nicht auftritt. Aufnahmen mit σ-Polarisation wurden bei Feldstärken von 77400 und 90400 Volt/cm gemacht. Die erhaltenen Verschiebungen sind in Fig. 5 mit σ bezeichnet eingetragen. Für 4047 erhält man Verschiebungen, die mit genügender Genauigkeit auf die Gerade fallen. Diese Linie wird also sowohl im π- wie im σ-polarisierten Lichte absorbiert. Bei 4044 ergibt sich eine scharfe, wenig verschobene Linie. Die mit σ bezeichneten Meßpunkte fallen recht gut auf die schon durch zwei Punkte einigermaßen festgelegte Gerade für die wenig verschobene Komponente, so daß hierdurch wohl sichergestellt ist, daß diese Komponente nur im σ-polarisierten Licht absorbiert wird, da sie ja bei π-Polarisation nicht auftrat. Eine stark verschobene σ-Komponente von 4044 haben wir nicht feststellen können. Vielleicht sind Andeutungen derselben auf der Aufnahme bei

90400 Volt/cm vorhanden, jedenfalls müßte eine solche Komponente, wenn sie überhaupt vorhanden ist, schwach sein.

Wenn wir nun zur Diskussion der erhaltenen Resultate übergehen, so können wir zunächst feststellen, daß rein qualitativ das erhaltene Aufspaltungsbild völlig im Einklange ist mit dem, was man auf Grund der Theorie zu erwarten hat. Nach der Theorie sollten sämtliche Hauptserienlinien der Alkalien denselben Aufspaltungstypus im elektrischen Felde zeigen, sowie sie auch denselben Zeeman-Effekt haben. Dieser Aufspaltungstypus läßt sich ableiten auf Grund einer auf Bohr zurückgehenden Überlegung, die zuerst von Ladenburg und Kopfermann[1]) mitgeteilt und zur Deutung der bei den D-Linien gewonnenen Resultate herangezogen wurde. Hiernach erhält man die Verschiebung bzw. Aufspaltung der Linien aus der Verschiebung der Terme wie beim Zeeman-Effekt. Den verschobenen Niveaus sind auch im elektrischen Felde dieselben Quantenzahlen m zuzuordnen wie im magnetischen Felde. Da der elektrische Effekt aber quadratisch ist, so ergeben sich keine symmetrischen Aufspaltungen, sondern einseitige Verschiebungen der Niveaus, indem solche mit $+$ oder $-m$ zusammenfallen. In Fig. 7 ist das Niveauschema ohne Feld (gestrichelt) und im elektrischen Felde (ausgezogen) für die Niveaus $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ angegeben. Die möglichen Übergänge zwischen den Niveaus im Felde folgen der Auswahlregel $\Delta_m = 0, \pm 1$ und zwar ergibt $\Delta_m = 0$ π-Komponenten und $\Delta_m = \pm 1$ σ-Komponenten. So erhält man das unter dem Niveauschema eingezeichnete Aufspaltungsbild für die Linien im elektrischen Felde. Dieses wurde durch die Untersuchung von Ladenburg[2]) und die ergänzenden Untersuchungen von Ladenburg und Kopfermann[1]) in allen wesentlichen Punkten bestätigt gefunden.

Wie man ohne weiteres erkennt, ist es aber auch im Einklange mit den von uns an den K-Linien erhaltenen Resultaten. Ebenso wie D_1 erleiden die Linien 4047,201 und 3447,701 im elektrischen Felde nur eine Verschiebung und diese verschobene Linie tritt sowohl im π- wie im σ-polarisierten Lichte mit schätzungsweise derselben Intensität auf. Dagegen spalten analog zu D_2 die Linien 4044,140 uud 3446,722 in zwei Komponenten auf, von denen die stärker verschobene π-polarisiert und die wenig verschobene σ-polarisiert ist. Nach der Theorie sollte die stark verschobene Komponente schwach auch im σ-polarisierten Lichte auftreten. Wir haben das, wie schon gesagt, bisher nicht einwandfrei nachweisen können, ausgeschlossen erscheint es aber nach unseren Versuchen nicht. Was nun das Verhältnis der Verschiebungen der beiden Komponenten von D_2 und den analogen K-Linien betrifft, so kamen Ladenburg und Kopfermann auf Grund ihrer Untersuchungen der anomalen elektrischen Doppelbrechung des Na-Dampfes in unmittelbarer Nachbarschaft von D_2 zu dem Schluß, daß die in Fig. 7 mit σ_2 bezeichnete Komponente entweder gar nicht oder um weniger als $\pm 1/5$ der π-Komponente verschoben sein sollte. Aus unseren Messungen geht dagegen deutlich hervor, daß die σ_2-Komponente wesentlich stärker verschoben wird. Für 4044,140

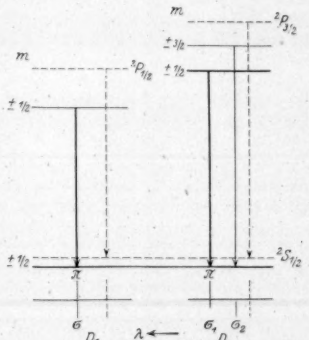


Fig. 7.

ist das Verhältnis der Verschiebungen der σ_2- und π-Komponente etwa $1/2$ und für 3446,722 etwa $1/3$. Allerdings ist die Genauigkeit, mit der die Verschiebung der σ_2-Komponenten gemessen ist, nicht sehr groß, aber wir möchten doch mit Bestimmtheit glauben, daß sie größer als $1/5$ der Verschiebung der π-Komponente ist.

Um nun den Vergleich mit der Theorie auch nach der quantitativen Seite durchführen zu können, wollen wir zahlenmäßig die Konstanten angeben, die sich aus unseren Messungen für die Proportionalität zwischen $\Delta\lambda$ und dem Quadrat der Feldstärke ergeben. Wir setzen also:

$$\Delta\lambda = cF^2$$

und geben in der folgenden Tabelle I unter $c_{beob.}$ die mit dem Faktor 10^{10} multiplizierten Werte von c an. $c \cdot 10^{10}$ ist dann nichts anderes als die Verschiebung $\Delta\lambda$ bei 100000 Volt/cm.

Die in den beiden letzten Zeilen für das vierte Glied $n = 7$ der Hauptserie mitangegebenen Werte folgen aus einer Platte, auf der auch

1) R. Ladenburg u. H. Kopfermann, Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. **22**, 420, 1925.

2) R. Ladenburg, Zeitschr. f. Phys. **4**, 451, 1921.

Tabelle I.

n	λ		$c_{beob.} \cdot 10^{10}$	$c_{ber.} \cdot 10^{10}$ nach Ann. I	$c_{ber.} \cdot 10^{10}$ nach Ann. II
5	4047,201		0,0610	0,067	0,049
	4044,140	I. Komp.	0,035	0,040	0,031
		II. „	0,0725	0,091	0,076
6	3447,701		0,235	0,23	0,172
	3446,722	I. Komp.	0,083	0,11	0,061
		II. „	0,246	0,34	0,264
7	3217,76		0,66	0,41	0,67
	3217,27		0,74	0,74	1,05

diese Linien noch meßbar waren. Die Feldstärke betrug etwa 34000 Volt/cm und die Verschiebungen waren $\Delta\lambda = 0{,}086$ und $0{,}076$ Å.-E. Diesen Werten kommt keine große Genauigkeit zu, sie legen bisher nur die Größenordnung der Verschiebung fest.

Was nun die Genauigkeit für das zweite und dritte Glied $n = 5$ und 6 betrifft, so ist daran zu erinnern, daß der Abstand $d = 1{,}55$ mm, aus dem wir die Feldstärke berechnet haben, mit einem Fehler von 0,05 mm behaftet sein kann. Wir halten es zwar für wahrscheinlich, daß dieser Fehler kleiner ist, können es aber vorläufig mit Bestimmtheit nicht behaupten. Der Abstand d ist also nur auf ± 3 Proz. genau. Da der Fehler in der Messung der Spannung ± 1 Proz. ist, so wird der mögliche Fehler der Feldstärke ± 4 Proz. und damit ergibt sich für E^2 und auch für c ein möglicher Fehler von ± 8 Proz. Dieser Fehler c beeinflußt aber sämtliche Werte von c in derselben Weise. Die Relativwerte der c sind daher wesentlich genauer. Für die stark verschobenen Komponenten von 4047 und 4044 schätzen wir deren Genauigkeit auf ± 1 Proz. und für 3447 und 3446 auf ± 2 Proz. Für die schwach verschobenen Komponenten beider Gruppen dürften diese Fehler auch ± 2 Proz. betragen.

Von den Theorien, die für den Vergleich mit den Beobachtungen in Frage kommen, erwähnen wir zunächst die bekannte grundlegende Arbeit von R. Becker[1]). Diese basiert zwar auf Annahmen, die wir heute als überholt bezeichnen müssen, es ist aber bekannt, daß die Beckersche Formel auch in solchen Fällen noch gute Übereinstimmung mit der Erfahrung gibt, in denen man das eigentlich, den Grundlagen der Theorie entsprechend, nicht mehr erwarten sollte. In unserem Falle indessen versagt die Beckersche Formel. Für das zweite, dritte und vierte Glied der K-Hauptserien ergeben sich nämlich aus der Beckerschen Formel

1) R. Becker, Zeitschr. f. Phys. **9**, 332. 1922.

Verschiebungen, die zwar dem Zahlenwerte nach mit den von uns beobachteten ungefähr übereinstimmen, aber Violettverschiebungen und nicht Rotverschiebungen sind. Dies wenig befriedigende Resultat erhält man, wenn man in der Beckerschen Formel für die Gesamtquantenzahl die Werte einsetzt, die nach dem damaligen Stande der Theorie als die richtigen angesehen wurden. Für p-Therme beginnt dann mit 2. Setzt man dagegen statt dessen für sie Werte ein, die nach Bohr als die richtigen Hauptquantenzahlen erkannt und in Tabelle I links angegeben sind, so erhält man nach der Beckerschen Formel zwar Rotverschiebungen, die aber erheblich größer sind, als die beobachteten.

Die Beckersche Theorie ist nun wesentlich ergänzt und erweitert durch W. Thomas[1]), der seinen Rechnungen das Landésche Modell zugrunde gelegt hat, das zwar heute auch nicht mehr als völlig richtig anerkannt wird. In der Landéschen Theorie stimmt die Deutung von r als Rumpfimpuls nicht, r ist bekanntlich als Elektronenimpuls aufzufassen. Die Gültigkeit der Thomasschen Rechnung als klassische Näherung wird jedoch dadurch nicht berührt[2]). Diese Theorie ergibt qualitativ für die D-Linien und damit auch für die von uns untersuchten Linien gerade das Aufspaltungsbild, das wir schon vorher an Hand der Fig. 7 erläutert haben. Quantitativ lassen sich die Verschiebungen nur berechnen, wenn man bestimmte Annahmen macht über das Verhältnis der Grundfrequenzen des Leuchtelektrons. Bezeichnen wir nach Thomas die Keplerfrequenz, d. h. die Zahl der Umläufe des Serienelektrons von Perihel zu Perihel mit ω_1 und die Perihelfrequenz, d. h. die Zahl der Umläufe des Perihels, mit ω_2, so müssen Annahmen gemacht werden über $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ und $\frac{d}{dk}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$, wo k die azimutale Quantenzahl bedeutet. Herr Thomas, dem wir unsere Resultate mitteilten, hatte die Liebenswürdigkeit, diese im Zusammenhange mit seiner Theorie zu prüfen und die entsprechenden Rechnungen durchzuführen. Wie uns Herr Thomas mitteilte, ist es zunächst plausibel, folgende Annahme I zu machen:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}7\,, \quad \frac{d}{dk}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = -0{,}05.$$

Diese Zahlen weichen von denen bei den Na—D-Linien in der von der stärkeren Rumpfstörung geforderten Richtung ab. In Tabelle I sind in der vierten Spalte die nach dieser An-

1) W. Thomas, Zeitschr. f. Phys. **34**, 586, 1925.
2) Vgl. F. Hund, Linienspektren. Springer 1927, S. 76.

nahme berechneten Werte der Verschiebungen angegeben. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung sehr gut für die Linien 4047,201 und 3447,701 und die Komponente I von 4044,140. Für die Komponenten II von 4044,140 und 3446,722 ergeben sich aber zu große Werte. Herr Thomas hat nun versucht, den Anschluß an die Beobachtungen durch andere Wahl von $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ und $\frac{d}{dk}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$ zu verbessern. Er macht daher die Annahme II:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}7\,, \quad \frac{d}{dk}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = 0.$$

Sie ergibt die in der fünften Spalte der Tabelle I angeführten Werte. Für die zweiten Komponenten von 4044,140 und 3446,722 ist jetzt die Übereinstimmung besser, dagegen ist sie für 4047,201 und 3447,701 schlechter geworden. Immerhin kann man wohl sagen, daß Theorie und Beobachtung in so guter Übereinstimmung sind, wie man es bei dem Stande der Theorie einerseits und der Beobachtung andererseits erwarten kann.

Zwei Punkte erscheinen uns dabei noch besonders bemerkenswert. Die Theorie ergibt im Einklange mit unseren Messungen das Resultat, daß die Verschiebung der zweiten Komponente von 4044,140 und 3446,722 größer sein soll als die Verschiebung von 4047,201 und 3447,701. Sie ergibt weiterhin das Resultat, daß das Verhältnis der Verschiebungen der Komponenten I und II etwa $^1/_2$ bis $^1/_3$ sein soll, so wie wir es auch gefunden haben.

Neuerdings ist von A. Unsöld[1]) auf Grund der Quantenmechanik eine Theorie des quadratischen Stark-Effektes entwickelt worden. Diese beschränkt sich aber auf den Fall, daß die Aufspaltungen im Felde groß sind gegenüber den Dublettaufspaltungen. Bei den von uns untersuchten Linien ist das Gegenteil der Fall, so daß diese Theorie zum Vergleich mit unseren Resultaten nicht herangezogen werden kann.

Zum Schluß möchten wir noch darauf hinweisen, daß wir bei unseren Versuchen stets darauf geachtet haben, ob außer den Hauptserienlinien im elektrischen Felde auch solche Linien auftraten, die nach dem Auswahlprinzip verboten sind. Es ist ja bekannt, daß die „verbotenen" Linien im elektrischen Felde oft mit vielfach verstärkter Intensität erscheinen. Unser besonderes Augenmerk haben wir dabei auf die Linien $\nu = 1s - 3d$, $\lambda = 4642{,}172$ und 4641,585 Å.-E. gerichtet. Diese Linien sind bekanntlich von Datta[1]) in Absorption beobachtet worden bei einem Druck von 2,5 mm, also unter Verhältnissen, die das Vorhandensein sowohl äußerer wie molekularer elektrischer Felder ausschließen. Sie unterscheiden sich also von den sonstigen „verbotenen" Linien dadurch, daß sie auch ohne elektrische Felder auftreten. Wie insbesondere aus den neueren Untersuchungen von S. Sowerby und Barrat[2]) hervorgeht, muß man annehmen, daß eine bestimmte kleine, aber auch ohne Anwesenheit von Feldern merkliche Wahrscheinlichkeit für die Übergänge von $1s$ nach $3d$ vorhanden ist. Sowerby und Barrat berechnen aus ihren Versuchen, daß diese Übergangswahrscheinlichkeit etwa 12 000 mal kleiner ist als die für das erste Glied der Hauptserie. Es ist nun von wesentlichem Interesse nachzuprüfen, ob diese kleine Übergangswahrscheinlichkeit durch elektrische Felder beeinflußbar ist. Sowerby und Barrat haben gezeigt, daß ein Zusatz von Argon von 2 Atm. das Auftreten dieser Linien in Absorption nicht merklich beeinflußt. Molekulare Felder scheinen also die Übergangswahrscheinlichkeit nicht zu verändern. Bei unseren Versuchen waren die Drucke stets so klein, daß wir ohne elektrische Felder das Auftreten der erwähnten Linien nicht erwarten konnten. Aber auch bei den stärksten elektrischen Feldern, die wir angelegt haben, also etwa 100 000 Volt/cm, haben wir die Linien $1s - 3d$ nie beobachtet und können also sagen, daß sie auch bei diesen Feldstärken wesentlich schwächer gewesen sein müssen als das zweite Glied der Hauptserie. Daraus folgt, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten für diese Linien im Gegensatz zu dem, was man bei anderen „verbotenen" Linien beobachtet, durch äußere Felder, wenn überhaupt, sicher nicht wesentlich vergrößert werden. Genaue quantitative Angaben konnten wir bisher nicht machen.

Was schließlich die Intensität der Hauptserienlinien im elektrischen Felde betrifft, so haben wir bei 4044 und 4047 keine merkliche Intensitätsänderung im Felde gegenüber dem feldfreien Zustande beobachten können. Bei 3446 und 3447 hatte es dagegen auf einigen Platten den Anschein, als ob die Linien im Felde verstärkt würden. Mit Bestimmtheit können wir es aber nicht behaupten, da ein solcher Effekt leicht dadurch vorgetäuscht werden kann, daß die Linien ohne Feld so schmal sind, daß das Auflösungsvermögen unseres Gitters nur eben ausreicht, um sie nachzuweisen, während die Linien

1) A. Unsöld, Ann. d. Phys. **82**, 355, 1927.

1) S. Datta, Proc. Roy. Soc. (A) **101**, 539, 1922.
2) A. L. N. Sowerby u. S. Barrat, Proc. Roy. Soc. (A) **110**, 190, 1926

im Feld infolge der zeitlichen und räumlichen Ungleichmäßigkeiten des Feldes verbreitert sind und dadurch scheinbar stärker hervortreten.

Zusammenfassung.

Es wird eine Versuchsanordnung beschrieben, die es gestattet, den inversen Stark-Effekt auch an höheren Gliedern der Absorptionsserien zu untersuchen.

Mit dieser Anordnung werden die Verschiebungen bzw. Aufspaltungen des zweiten Gliedes der K-Hauptserien bei Feldstärken bis etwa 100000 Volt/cm und des dritten Gliedes bis zu 84000 Volt/cm photographiert und gemessen.

Für die Verschiebungen, die sämtlich Rotverschiebungen sind, ergibt sich quadratische Abhängigkeit von der Feldstärke.

Während die langwelligere Linie jedes Dubletts im Felde nur eine Verschiebung erfährt, spaltet die kurzwelligere in zwei Komponenten auf, von denen die eine, die schwächere, etwa $^1/_2$ bis $^1/_3$ so stark verschoben ist wie die andere.

In polarisiertem Licht wird die langwelligere Linie eines Dubletts sowohl bei π- wie bei σ-Polarisationen absorbiert. Von der kurzwelligeren Linie wird die schwächer verschobene Komponente nur bei σ-Polarisationen, die stärker verschobene merklich nur bei π-Polarisationen absorbiert.

Diese Ergebnisse werden vom theoretischen Standpunkte aus diskutiert und mit der Theorie in guter Übereinstimmung befunden.

Die Durchführung der vorstehend beschriebenen Untersuchung wurde ermöglicht durch Geldmittel, die der Elektrophysik-Ausschuß der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft bewilligt hat. Wir möchten dafür auch an dieser Stelle unseren besten Dank aussprechen.

Diskussion.

Herr W. Wien: Ich möchte fragen, worauf die Theorie von Thomas beruht. Ist sie auf den Vorstellungen der alten Quantentheorie gegründet oder beruht sie auf der Wellenmechanik?

Herr Grotrian: Die Rechnungen von Thomas sind noch nach den Methoden der alten Quantentheorie speziell unter Zugrundelegung des Landéschen Modells durchgeführt.

H. Rausch v. Traubenberg (Prag), Über den Einfluß schwacher Magnetfelder auf den Polarisationszustand des von Wasserstoffkanalstrahlen ausgesandten Lichtes. (Nach Versuchen gemeinsam mit Herrn S. Levy.) [1])

Der natürliche Polarisationszustand des Lichtes von Wasserstoffkanalstrahlen, wie er im Stark-Lunelund-Effekt zum Ausdruck kommt, wurde von uns in seiner Abhängigkeit von schwachen Magnetfeldern als Fortsetzung früherer Arbeiten näher untersucht. Als Mittel zur Untersuchung der Polarisation diente das von uns schon früher beschriebene Quarzkeil-Polariskop. Die Untersuchungen erstreckten sich auf die Linien H_α und H_β. Das durch Spulen hergestellte Magnetfeld meßbarer Größe wurde in verschiedenen Richtungen zur Kanalstrahlen- und Visionsrichtung orientiert. Fiel das Magnetfeld in die Visionsrichtung und war der Kanalstrahl senkrecht zu diesen beiden gerichtet, so ergab sich eine Drehung der primären Polarisationsebene des Stark-Lunelund-Effektes, welche mit wachsendem Magnetfelde anstieg und einem Sättigungswerte von etwa 30° zustrebte. Dieses Verhalten wurde auch bei Verwendung verschiedener Drucke und verschiedener Geschwindigkeiten der Kanalstrahlen festgestellt.

Außer dieser Drehung der Polarisationsebene ergab sich gleichzeitig eine mit wachsendem Felde zunehmende Depolarisation. Im transversalen Magnetfelde ergab sich keine merkbare Drehung der Polarisationsebene, hingegen zeigte sich auch hier eine deutliche Depolarisation.

Ferner haben wir das Verhalten des Kanalstrahlenlichtes auf seinen Polarisationszustand untersucht, wenn die Visionsrichtung mit der Kanalstrahlenrichtung zusammenfällt. Dabei konnte ohne Magnetfeld naturgemäß keine Polarisation auftreten. Sobald man aber den Kanalstrahl durch ein zu seiner Richtung transversales Magnetfeld laufen ließ, zeigte sich ein Auftreten von Polarisation, und zwar so, daß der elektrische Vektor des Lichtes senkrecht zu den magnetischen Feldlinien lag.

Es war von großem Interesse festzustellen, ob sich die beobachtete magnetische Beeinflussung momentan, in ihrer vollen Größe dem Felde anpaßte, oder ob sie hierzu einer gewissen Zeit bedurfte.

Zu diesem Zwecke wurde der Kanalstrahl durch ein sich unstetig änderndes Magnetfeld hindurchgeführt. Dieses war durch zwei parallele Drähte realisiert, deren gemeinsame Ebene senkrecht zum Kanalstrahl orientiert war. Falls

1) Da die Arbeit bereits zum Druck in der Zeitschr. f. Phys. eingereicht ist, wird hier nur eine kurze Zusammenfassung gegeben.

im Gebiete über den Drähten Rechtsdrehung erfolgte, so war bei momentaner Anpassung im unteren Gebiet eine Linksdrehung in gleicher Größe zu erwarten. Unsere Messungen zeigten jedoch, daß dies nicht der Fall war, vielmehr wurde Rechtsdrehung aus dem oberen Gebiet noch in das untere Gebiet mitgeschleppt. Damit war eine zeitliche Anpassung des Polarisationszustandes der Oszillatoren an das äußere Feld nachgewiesen. Bei unseren Geschwindigkeiten der Kanalstrahlen von etwa $5 \cdot 10^7$ cm/sec war noch in einem Abstande von etwa 0,1 cm vom Drahte im unteren Gebiete die Wirkung des oberen Feldes nachweisbar.

Wir haben ferner versucht die hier beschriebene Beeinflussung des Polarisationszustandes durch schwache Magnetfelder theoretisch zu erfassen und haben dabei nach dem Vorgange von W. Hanle die bewegten, leuchtenden Atome als gedämpfte, lineare Oszillatoren behandelt, welche unter dem Einflusse des Magnetfeldes einer Larmor-Präzessionsbewegung unterliegen. Der an irgendeiner Stelle des Kanalstrahles beobachtete Polarisationszustand wird bedingt durch die Übereinanderlagerung der Wirkung von bewegten Oszillatoren, die an verschiedenen Stellen des Kanalstrahles entstanden sind. Dabei wird zunächst nur dem bewegten Oszillator ein Stark-Lunelund-Effekt zugeschrieben. Auf Grund dieser Annahmen gelang es, die Drehung und Depolarisation quantitativ zu berechnen, wobei sich eine gute Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen Resultaten ergab. Bei stärkeren Feldern treten allerdings gewisse Abweichungen auf.

Auch der zeitliche Verlauf der Anpassung läßt sich auf Grund dieser einfachen Annahme wenigstens qualitativ zum Ausdruck bringen.

Bei den erwähnten Berechnungen muß man Annahmen über die Größe der Dämpfungskonstante machen. Dabei zeigt sich, daß dieselbe größer angenommen werden muß als bei den Wienschen Versuchen im Hochvakuum, weil die Atome bei den bei uns herrschenden Drucken (0,1—0,3 mm Hg) nicht ungehindert ausleuchten können, sondern einer Stoßdämpfung unterliegen.

Aus unseren Messungen ergibt sich die Möglichkeit, die Stoßdämpfung oder die mittlere freie Weglänge der Lichtstörung für bewegte Kanalstrahlenträger zu berechnen. Diese Größe finden wir für H_β in guter Übereinstimmung mit der Wienschen Schule. (Dasanacharya.)

Diskussion.

Herr W. Wien: Die Herren v. Hirsch und Döpel haben gefunden, daß die Polarisation des Kanalstrahlenlichts im höchsten Vakuum aufhört. Es wäre interessant zu wissen ob sie durch ein Magnetfeld wieder angeregt wird.

Herr Kirchner: Ich möchte auf die merkwürdige Diskrepanz hinweisen, daß doch einerseits der Polarisationszustand im Stark-Lunelund-Effekt bei der völligen Abwesenheit eines Magnetfeldes nicht von den bewegten Atomen „mitgeschleppt" wird, denn beim Eintritt der Kanalstrahlen ins Hochvakuum verschwindet ja die Polarisation (nach den eben projizierten Kurven kann ja wohl das Erdfeld keinen Einfluß haben); andererseits zeigt sich hier bei den Versuchen des Herrn Vortragenden, daß der Polarisationszustand aus einem Magnetfeld sogar in das entgegengesetzt gerichtete mitgeschleppt wird.

H. Rausch von Traubenberg (Prag), Über das Verhalten der Lichtemission von Wasserstoff-Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Feld in einen feldfreien Raum. (Nach Versuchen gemeinsam mit Herrn R. Gebauer[1]).

Dieses schon früher im Prager Institut bearbeitete Problem[2]) wurde von uns neuerlich mit verbesserten optischen Hilfsmitteln in Angriff genommen. Die Kanalstrahlen wurden in einer Lo Surdo-Röhre erzeugt, deren Kathode einen sehr engen Schlitz besaß. Auf diese Weise ließ sich eine sehr scharfe Trennung zwischen felderfülltem und feldfreiem Raume erzielen. Herr Bloch hatte mit dieser Anordnung nach meinen Angaben die ersten Messungen angestellt. Er konnte zeigen, daß der im felderfüllten Raume vorhandene Starkeffekt auf sehr kleine Wegstrecken noch in den feldfreien Raum mitgeschleppt wurde[3]).

Bei unseren neuen Untersuchungen nahmen wir die Abbildung der Kathode auf den Kollimatorspalt durch ein Nikol hindurch vor. Dadurch konnten wir erzielen, daß bei π-Stellung des Nikols die senkrecht zu den Feldlinien polarisierte Mittelkomponente von H_γ im felderfüllten Raume nicht hindurchgelassen wurde. Im feldfreien Raume erschien jedoch die unzerlegte Linie ungeschwächt, außerdem wurden die Komponenten der Feinstruktur ungeschwächt hindurchgelassen. Auf diese Weise konnte die Trennungslinie zwischen felderfülltem und feldfreiem Raume sehr deutlich optisch festgelegt werden. Es gelang uns jetzt, die Feinstruktur in fast allen Komponenten zu erhalten und wir konnten nach sechsstündiger Expositionszeit den

1) Die ausführlichere Publikation wird demnächst in der Zeitschr. f. Phys. erscheinen.

2) H. Rausch von Traubenberg, Physik. Zeitschr. **25**, 607, 1924.

3) B. M. Bloch, Zeitschr. f. Phys. **35**, 894, 1926

Nachweis erbringen, daß die Komponenten 15 und 18 der Feinstruktur sich deutlich und auf wesentlich größere Strecken als bei Bloch in den Raum hinein fortpflanzen (Spektralbild).

Eine Ausmessung des Spektralbildes ergab sowohl die Länge dieser Fortsätze, als auch die bemerkenswerte Tatsache, daß diese Fortsätze im feldfreien Gebiete nicht ihren ursprünglichen Abstand bewahren, sondern immer mehr und mehr zur unzerlegten Linie konvergieren. Da die Kanalstrahlengeschwindigkeit bekannt ist (Dopplereffekt), läßt sich die Zeit angeben, innerhalb welcher sich der Aufspaltungszustand noch im feldlosen Gebiet bemerkbar macht. Diese Zeit ist von der Größenordnung 10^{-9} sec.

Jedenfalls haben wir in der angeführten Arbeit die Möglichkeit gewonnen, über den zeitlichen Verlauf des Strahlungsvorganges in Atomen Aussagen machen zu können. Die Blochschen Versuche waren seinerzeit so interpretiert worden, daß aus der Länge der Fortsätze der zerlegten Linie in den feldfreien Raum Schlüsse anf die Leuchtdauer gezogen wurden. Diese Annahme scheint jedoch mit unseren neuen Versuchen nicht recht verträglich zu sein, da die Intensitätsverteilung im feldfreien Raume mit der Annahme einer endlichen Leuchtdauer nicht vereinbar ist. Hingegen kann man, falls man sich auf modellmäßige Vorstellungen bezieht, aus der Länge der Fortsätze Rückschlüsse ziehen auf die aus dem Felde in das feldlose Gebiet mitgeschleppten, dem Felde o nicht entsprechenden Quantenzustände. Diese Zustände bleiben offenbar dank der Trägheit des Elektrons während einer Zeitdauer erhalten, welche von gleicher Größenordnung ist, wie die Präzessionsperiode.

Die Erklärung der Konvergenz der Fortsätze bereitet auch bei dieser Vorstellung einige Schwierigkeiten und dürfte wohl erst bei der Behandlung des Problems von der Quantenmechanik aus in erschöpfender Weise möglich sein.

Diskussion.

Herr W. Wien: Es scheint mir wichtig, daß diese ungemein wichtigen Ergebnisse ganz sicher gestellt werden. Die Lo Surdo-Anordnung hat den Nachteil, daß die Entladung in den Kanal hineingreifen kann, wenn auch dort durch den Verlauf der ungespaltenen Linie der Feldverlauf kontrolliert wird. Ich würde es für besser halten, die Versuche mit der Starkschen Anordnung zu wiederholen und Beobachtungsraum und Entladungsraum durch ein dünnes Blech zu trennen. Wir haben in München diese Methode weiter ausgebildet und gefunden, daß man durch ein Kupferblech von weniger als 0,1 mm Dicke bei einer Öffnung von 0,1 mm Durchmesser für die austretenden Kanalstrahlen ein Vakuum von 0,0001 mm *Hg* gegen den Druck der Entladungsröhre aufrecht erhalten kann. Mit dieser Anordnung müßte sich der von Ihnen gefundene Effekt gut beobachten lassen.

Carl Ramsauer (Danzig), Der Wirkungsquerschnitt von Gasmolekülen gegenüber Alkali-Ionen von 1—30 Volt Geschwindigkeit.

Meine Herren! Die folgenden Versuche, welche ich gemeinsam mit Herrn O. Beeck ausgeführt habe, behandeln den Wirkungsquerschnitt neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen

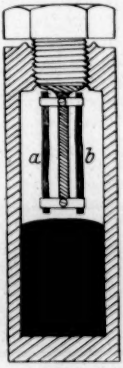


Fig. 1.

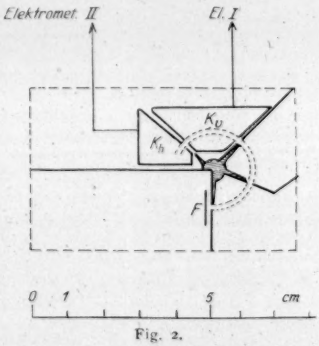


Fig. 2.

Alkali-Ionen[1]). Sie entsprechen formell meinen Versuchen über den Wirkungsquerschnitt neu-

1) Die ausführliche Darstellung wird demnächst unter gemeinsamen Namen in d. Ann. d. Phys. erscheinen.

traler Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen, sachlich bilden sie einen Ausläufer der Kanalstrahlphysik nach kleinen Geschwindigkeiten hin. Zu der viel behandelten Frage der Alkali-Ionengröße liefern unsere Versuche insofern einen neuartigen Beitrag, als der Wirkungsradius des Ions gegenüber einem neutralen Partner bestimmt wird, und als die Untersuchung in gasförmigem Zustand erfolgt.

Zur Erzeugung der Ionen dient ein mit Alkali-Amalgam durchtränkter, elektrisch geglühter Platinstreifen, welcher in folgender Weise hergestellt wird (Fig. 1). In der unteren Hälfte einer kleinen Stahlbombe befindet sich Quecksilber mit einigen Prozenten Alkalimetall, in der oberen Hälfte sind zwei Streifen Platinfolie *a* und *b* von $^1/_{100}$ mm Dicke montiert. Diese Bombe wird in einem Blei-Zinn-Bade auf etwa 330° erhitzt und dann eine kurze Zeit, z. B. 15 Sek., umgedreht, so daß die Platinstreifen von dem heißen Amalgam umspült werden. Die Zeit wird so gewählt, daß das Platin nicht völlig

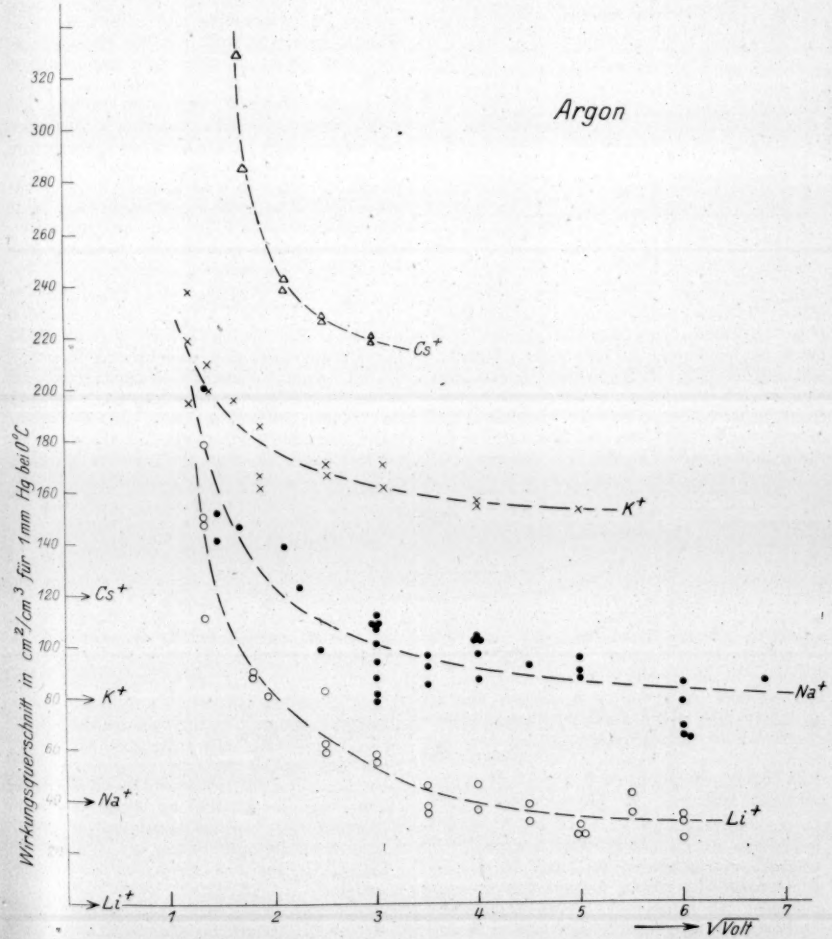


Fig. 3.

zerfressen, aber doch möglichst durchtränkt wird.

Die Meßeinrichtung (Fig. 2) entspricht im wesentlichen der Meßanordnung, welche ich bei meinen Elektronenuntersuchungen benutzt habe [1]). F ist der elektrisch geglühte Platinstreifen. Die Ionen werden durch ein Feld, z. B. 4 Volt, beschleunigt und auf dem punktiert gezeichneten Kreise durch ein kräftiges, senkrecht zur Zeichenebene stehendes Magnetfeld herumgeführt. Gemessen werden mit je einem Elektrometer die Elektrizitätsmengen, welche im Vakuum und welche bei einem bestimmten Gasdruck, z. B. bei $^{50}/_{10000}$ mm Argon, in den vorderen und in den hinteren Käfig (Kv bzw. Kh) gelangen. Daraus läßt sich dann in bekannter Weise die Beeinflussung der Ionen durch die Gasmoleküle längs des Kreisbogens im vorderen Käfig bestimmen, und der Wirkungsquerschnitt des betreffenden Gases gegenüber den betreffenden Alkali-Ionen berechnen [1]).

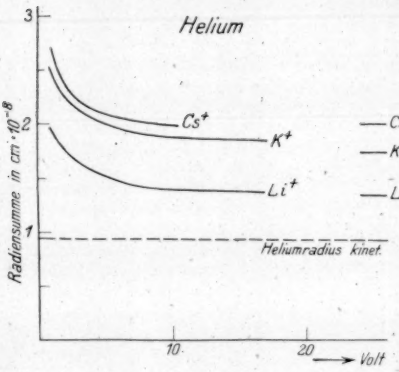


Fig. 4.

Die Versuche sind experimentell ungleich schwieriger als bei langsamen Elektronen. Diese Schwierigkeiten lassen sich aber dadurch überwinden, daß gleichzeitig und schnell an beiden Käfigen gemessen wird, daß die Messungen im Gas vom Druck p nicht mit Messungen im Vakuum, sondern mit Messungen im Gas von geringerem Druck p' verglichen werden, und daß in strömendem Gas gearbeitet wird. Immerhin bleiben auch so die Versuchsschwankungen noch recht erheblich, zumal die Berechnungsformel (Differenzen von Logarithmen!) gegen jeden Meßfehler sehr empfindlich ist. Trotzdem gelingt es auch in ungünstigeren Fällen, den allgemeinen Verlauf der Wirkungsquerschnittskurve einwandfrei festzustellen.

Als Versuchsbeispiel sind in Fig. 3 die Messungen für Li^+, Na^+, K^+, Cs^+ in Argon wiedergegeben. Die Kurven liegen in Wirklichkeit näher aneinander, sind aber hier der Übersichtlichkeit wegen künstlich auseinandergerückt, indem die Nullinie für jedes Alkali, entsprechend den kleinen Pfeilen senkrecht zur Ordinatenachse, eine andere ist. In gleicher Weise wurden die Messungen an anderen Gasen für eine mehr

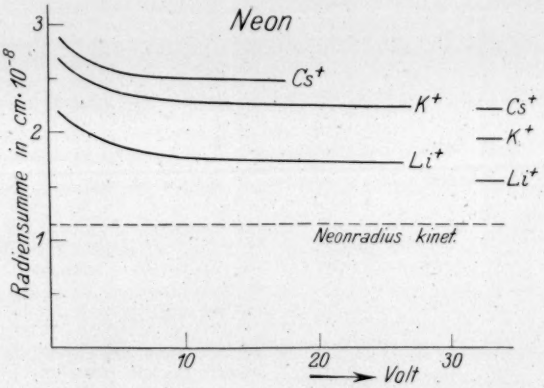


Fig. 5.

1) Ann. d. Phys. **66**, 547, 1921.

1) Ann. d. Phys. **64**, 521/22, 1921.

oder minder große Zahl von Alkalimetallen durchgeführt. Die verschiedenen Streuungen der Punkte entsprechen etwa dem Beispiel der Fig. 3. Bei Betrachtung der ungünstigsten Einzelfälle, z. B. Na^+ in Fig. 3, würde man vielleicht geneigt sein, die Kurven nicht so glatt durchzulegen, wie es hier geschehen ist. Der Verlauf der besser meßbaren Nachbarkurven spricht aber auch in diesem Falle für einen glatten Verlauf. Die Schwierigkeiten, welche die einzelnen Gase und Alkalien machen, sind dabei von Fall zu Fall sehr verschieden, doch hat es keinen Zweck, in diesem kurzen Referat auf solche zum Teil recht charakteristischen Einzelheiten einzugehen.

Das Resultat der Versuchsreihen in Fig. 3 besteht in folgendem: Der Wirkungsquerschnitt des Argons gegenüber den Alkali-Ionen steigt beim Übergang zu kleineren Geschwindigkeiten anfangs langsam und schließlich bei Annäherung an 1 Volt rapide an, ähnlich wie man es ursprünglich nach den einfachsten elektrostatischen Vorstellungen für den Wirkungsquerschnitt der Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen erwartet hätte; die verschiedenen Alkali-Ionen zeigen dabei einen mit der Atomnummer wachsenden Wirkungsquerschnitt.

Zur weiteren Behandlung der Versuchsresultate wollen wir die Maßstäbe der Abszissen und Ordinaten etwas umformen. Die $\sqrt{\text{Volt}}$, welche der Meßmethodik zunächst am besten entsprechen, sind insofern unzweckmäßig, als sie für die verschieden schweren Ionen eine verschiedene Geschwindigkeitsbedeutung haben, wir nehmen daher lieber Volt, wodurch wir einen gleichen Maßstab für alle Ionen erhalten, und zwar in Energieeinheiten statt der bisher benutzten Geschwindigkeitseinheiten. Ferner wird der zunächst berechnete Wirkungsquerschnitt zu einem etwas unanschaulichen Begriff, sobald nicht nur das Gasmolekül, sondern auch der zweite Partner eine endliche Größe besitzt, er werde daher durch die Summe der Wirkungsradien ersetzt, d. h. durch die Strecke, auf welche sich die Mittelpunkte des neutralen Moleküls und des Ions nähern können, bis eine merkliche Beeinflussung erfolgt. Derartige Kurven sind in Fig. 4, 5 u. 6 wiedergegeben, jedoch ohne Versuchspunkte, um die Übersicht nicht zu stören.

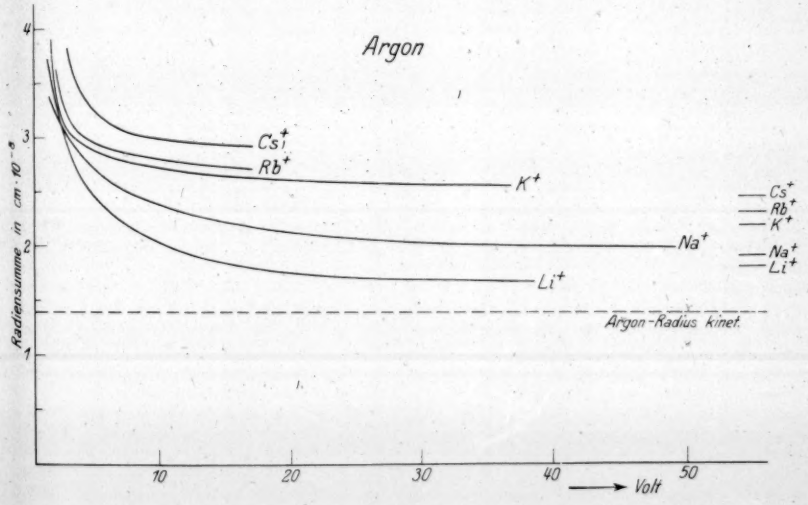


Fig. 6.

Bevor wir diese Kurven näher besprechen, möchte ich zuerst noch einen kurzen Überblick über die auf anderen Wegen erhaltenen Alkali-Ionenradien geben, wie sie in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind (vgl. auch Landolt-Börnstein, I. Ergänzungsband S. 70).

Alkali-Ionenradien
in Å.-E. nach Herzfeld 1923.

Methode	Li^+	Na^+	K^+	Rb^+	Cs^+
Halber Atomabstand im Metall	1,51	1,86			
Aus Salzkristallen nach Bragg	1,55	1,77	2,07	2,25	
Aus Salzkristallen nach Landé		1,1	1,45	1,65	1,6
Aus dem Permutitvolumen (Günther-Schulze)	1,63	1,89	2,15	2,37	
„Wahre Größen", Würfelmodell (Fajans u. Herzfeld, Grimm)	0,41)	0,52	0,79	0,91	1,06
Landés (1) Modell (Schwendenwein)		0,50	0,95	1,13	
Modellrechnung von Landé 1920		0,61			
Aus Molekularrefraktion (Heydweiller, 1920)	0,87	0,97	1,19	1,31	1,46
Aus Ionisierungsspannung (Saha, 1921)	1,33	1,40	1,67	1,73	1,88
Aus Hydrationswärme (Born 1920) 1	1,49	1,59	2,00	2,24	2,22
Aus Ionenbeweglichkeit (Leitfähigkeit)	2,26	1,74	1,17	1,12	1,11
Nach Born 1920 (2)	0,45	0,51	0,69	0,77	0,83
Aus Diffusion in *Hg* (Lorenz 1920)	1,65	1,67	2,08	2,30	2,36

In diese Tabelle könnte man auch unsere Radienwerte einreihen, wie man sie nach Abzug des Molekülradius von der Radiensumme erhält, und könnte sie mit den übrigen Werten nach den absoluten Größen oder nach dem Gang mit steigender Atomnummer vergleichen. Die für uns im Prinzip wichtigsten Werte sind dabei die „wahren Größen", d. h. die wirklichen Schalenradien, wie sie in der fünften Reihe verzeichnet sind. Wir wollen daher bei den jetzt folgenden Besprechungen unseres Versuchsmaterials diese Werte von vornherein mit heranziehen. Ich hoffe dadurch, die sonst in wenigen Minuten schwer darstellbaren Versuchsergebnisse etwas anschaulicher zu machen, möchte aber ausdrücklich betonen, daß die Grundlage, auf welcher diese Werte berechnet sind, zurzeit noch recht problematisch ist. Vielleicht geben unsere Versuchsergebnisse aber die Anregung, diese an sich sehr interessanten Berechnungswege zu verbessern.

Hier sehen Sie jetzt die Radiensummen gegen Volt für Li^+, K^+, Cs^+ in *He* aufgetragen (Fig. 4). Unterhalb der Kurven ist der *He*-Radius eingezeichnet, wie er sich aus der kinetischen Gastheorie berechnet. Von hier aus als Nullinie sind dann rechts die „wahren Größen" der Ionenradien nach der Tabelle vermerkt. Der Wirkungsradius des Ions ist also bei kleiner Geschwindigkeit sehr groß, fällt mit wachsender Geschwindigkeit erst steil, dann langsamer ab und scheint sich mit weiter wachsender Geschwindigkeit zunächst Werten zu nähern, die mit den Ionenradien der Tabelle übereinstimmen. Die Auffassung ist dabei aber insofern etwas schematisch, als wir den *He*-Radius für jede Geschwindigkeit des Ions als fest gegeben annehmen. Ähnlich ist der Verlauf für dieselben drei Alkalien im *Ne* (Fig. 5), nur mit dem Unterschiede, daß der Anfangsabfall der Kurven weniger steil ist, und daß die Tabellenwerte erst bei größeren Geschwindigkeiten erreicht zu werden scheinen. Endlich gehen wir zum *A* über (Fig. 6), bei welchem die Messungen auf alle fünf Alkalien ausgedehnt sind. Der Anfangsabfall ist hier noch steiler als beim *He*. Bei wachsender Geschwindigkeit scheinen auch hier die Kurven zunächst bestimmten Endwerten zuzustreben, doch liegen in diesem Falle die Tabellenwerte zu hoch. Dieser Widerspruch ließe sich nur beseitigen, wenn man den Argonradius etwas kleiner ansetzte. Bemerkenswert bleibt aber eins: Der Gang der Abstände zwischen den Kurven entspricht auch hier, und zwar bis ins einzelne, dem Gang der Werte in der Tabelle.

Bisher behandelten wir nur verschiedene Alkalien in einem Gas, jetzt wollen wir verschiedene Gase gegenüber einem Alkali-Ion betrachten (Fig. 7). Es ist K^+ gewählt, weil es den mittelsten Platz in der Alkalienreihe einnimmt, und weil es außerdem gute Meßwerte liefert. Die Darstellungsform ist dieselbe wie bisher, nur

1) Der Wert für *Li* ist aus der Grimmschen Zusammenstellung (Handbuch Geiger-Scheel, XXIV, S. 475) entnommen, ist aber nach den dortigen Angaben im Gegensatz zu den übrigen Alkali-Ionen als unsicher zu betrachten.

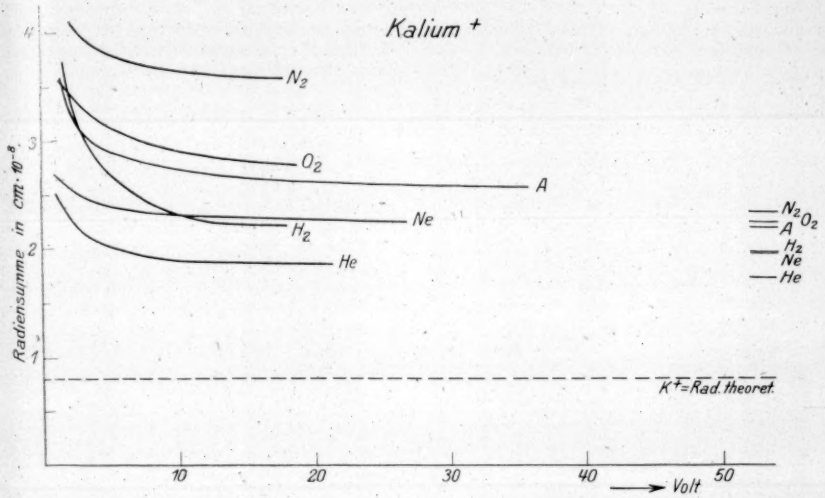


Fig. 7.

ist jetzt der K^+-Radius der Tabelle als punktierte Nullinie für die rechts vermerkten Gasmolekülradien der kinetischen Gastheorie eingetragen. Die Gase zeigen hier für kleine Geschwindigkeiten durchaus individuelle Eigenschaften in der mehr oder minder großen Steilheit des anfänglichen Abfalls, bei etwa 16 Volt haben sie aber alle einen ähnlichen, flachen Verlauf erreicht. Will man wieder die rechts verzeichneten Radienwerte als vorläufige Endwerte des Kurvenverlaufs betrachten, so wäre zu konstatieren, daß die verschiedenen Gaskurven diese Werte erst bei sehr verschiedenen Geschwindigkeiten erreichen. Eins bleibt aber wieder bemerkenswert: der Gang der Kurvenabstände untereinander ist bei etwa 16 Volt bis in die Einzelheiten der gleiche, wie für die Radienwerte der kinetischen Gastheorie.

Wir wollen jetzt zum Schluß noch Querschnitte durch unser Versuchsmaterial bei einer bestimmten Geschwindigkeit legen, und zwar wählen wir 16 Volt, wo die Kurven ihren individuellen Abfall bereits beendet haben.

Fig. 8 zeigt die Ionenradien in Argon, gerechnet von der Grenze des Gasmoleküls, aufgetragen über den Atomnummern der Abszisse. Unter unserer experimentell erhaltenen Kurve ist derselbe Gang für die Tabellenwerte angegeben, wobei Li^+ (vgl. oben) als unsicher zu betrachten ist. Die beiden Linienzüge sind so auffallend ähnlich, daß ein innerer Zusammenhang vorhanden sein muß. Das bereits oben als unsicher bezeichnete Li^+ wäre dabei tatsächlich etwas tiefer einzusetzen.

Fig. 9 endlich zeigt den K^+-Radius, gerechnet von der Molekülgrenze, aufgetragen über einer den Gasmolekülradien entsprechenden Abszisse.

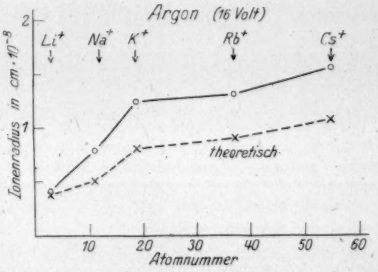


Fig. 8.

Der Verlauf zeigt, daß der Wirkungsradius des K-Ions um so größer ausfällt, je größer das neutrale Molekül ist, und daß der K^+-Radius der Tabelle etwa dem K^+-Radius unserer Meßweise für die Molekülgröße Null entsprechen würde.

Die innere Bedeutung dieser wichtigen Kurve wird durch Fig. 10 anschaulicher gemacht. Das

K-Ion bestreicht in der Größe des Tabellenwertes einen zylindrischen Raum. Daneben sind die Gasmoleküle gezeichnet und zwar in derjenigen Entfernung, in welcher eine merkliche Wechselwirkung zwischen positivem Ion und neutralem Molekül gerade eintritt. Das Ergebnis ist sofort verständlich, wenn man die Wechselwirkung als einfache Influenzwirkung auffaßt. Diese muß nämlich um so größer werden, je größer die neutrale Kugel ist, und muß bei dem Zusammenschrumpfen der neutralen Kugel auf Null ebenfalls verschwinden. —

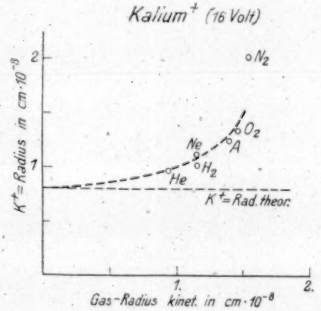


Fig. 9.

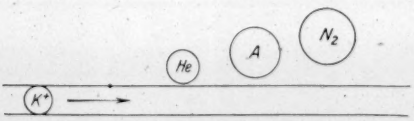


Fig. 10.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, möchte ich zum Schluß nochmals betonen, daß der Vergleich unserer Versuchsergebnisse mit den „wahren Größen" der Alkali-Ionen nach der Herzfeldschen Tabelle keinen wesentlichen Endzweck unserer Arbeit bedeuten soll. Ich habe diesen Vergleich durchgeführt, weil in den Absolutgrößen und in dem Gang der Größen Übereinstimmungen bestehen, welche mehr als zufällig zu sein scheinen, kann aber keinen allzu großen Wert auf diesen Vergleich legen, solange nicht die Berechnung der Tabellenwerte auf eine sicherere Grundlage gestellt ist. Unsere experimentellen Ergebnisse haben vielmehr über alle derartigen Vergleiche hinaus eine durchaus selbständige Bedeutung, in dem sie den gegenseitigen Wirkungsquerschnitt zwischen neutralen Gasmolekülen und Alkali-Ionen im gasförmigen Zustand für einen größeren Geschwindigkeitsbereich festlegen und damit die Grundlagen für die Berechnung der gegenseitigen Kraftwirkungen unter diesen Bedingungen liefern.

Diskussion[1]).

Herr W. Wien: Ich möchte fragen, ob bei den Ionen kleiner Geschwindigkeit sich Umladungserscheinungen gezeigt haben. Es würde wichtig sein zu wissen, bei welchen Geschwindigkeiten die Umladungen beginnen.

Herr Ramsauer: Das Ion, welches eine Umladung erfährt, wird bei der benutzten Methode aus dem Strahlenbündel gerade so ausgeschieden, als ob es eine Richtungs- oder Geschwindigkeitsänderung erfahren hätte; etwaige Umladungen müssen daher einen vergrößerten Wirkungsquerschnitt bei der Messung ergeben. Nimmt man an, daß bei den kleinsten benutzten Geschwindigkeiten noch keine Umladungen auftreten, so würde die Voltgeschwindigkeit, bei welcher die Umladungserscheinung beginnt, durch einen mehr oder minder scharfen Knick der Querschnittskurve nach oben gekennzeichnet werden. Solche Knicke sind nicht beobachtet worden, können aber bis zu einem gewissen Grade durch die verhältnismäßig großen Versuchsfehler verdeckt worden sein.

1) Betreffs einiger in der Diskussion aufgeworfenen Fragen — „Wirken freie Elektronen auf die Meßergebnisse ein?" — „Wie groß sind die Ablenkungswinkel, welche noch als Wirkung gemessen werden können?" — „Wie würde sich die Fortsetzung der Versuche nach Kanalstrahlgeschwindigkeiten hin gestalten?" — verweise ich auf unsere ausführliche Veröffentlichung, da die Diskussion als solche sowieso nicht protokolliert worden ist.

O. Berg (Berlin-Siemensstadt), Das Röntgenspektrum des Elementes 75. (Nach Versuchen gemeinsam mit H. Beuthe und R. Klein.)

Über den Nachweis der Ekamangane (mit den Atomnummern 43 und 75) habe ich gemeinsam mit Noddack und Tacke[1]) im Juni 1925 berichtet. Ein Jahr später erschienen Mitteilungen einiger Autoren, die gegen unsere erste Mitteilung kritisch eingestellt waren[2]).

1) W. Noddack, J. Tacke u. O. Berg, Die Ekamangane. Naturwissenschaften **13**, 567, 1925. — Zwei neue Elemente der Mangangruppe. Berl. Ber. **19**, 400, 1925.
O. Berg, Röntgenspektroskopie und Nachweis der Ekamangane. Zeitschr. f. techn. Phys. **6**, 599, 1925.

2) W. Prandtl, Auf der Suche nach den Mangan-homologenen Nr. 43 u. 75. Zeitschr. f. angew. Chemie 39, 1049, 1926. Dolejsek und Heyrowsky, Nature 116, 784, 1925.

Es wurden sowohl gegen die chemischen Arbeitsmethoden, die Noddack und Tacke bei der Anreicherung der Ekamangane verwandt hatten, als auch gegen den röntgenspektroskopischen Nachweis namentlich des Elementes 75 („Rhenium", *Re*) Einwände gemacht. Wir haben darauf

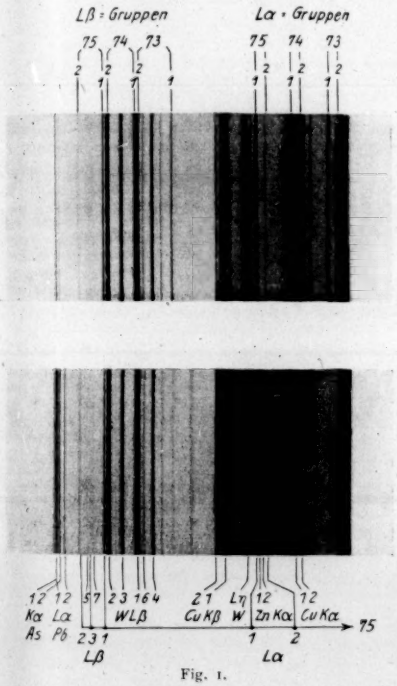


Fig. 1.

Zwei Röntgenspektrogramme mit den *L*-Serien Linien des Elementes 75 (*Re*). Oben: Spektrogramm eines zinkfreien Präparates mit einem Gehalt an Tantal, der dem Rheniumgehalt etwa gleich ist. Unten: Spektrogramm eines Präparates, das außer *Zn* noch *Pb*, *As* und *Mo* enthält. Die Linien zu beiden Seiten von *W Lγ* sind *Mo* $K\alpha_1$ und $K\alpha_2$ II. Ordnung.

im März dieses Jahres geantwortet[1]). Dabei haben wir auf neue, auch wohl für den Außenstehenden überzeugende Spektrogramme des Elementes 75 hingewiesen. Einige dieser Spektrogramme sind in Fig. 1 und 2 wiedergegeben.

Damit dürfte ein Eingehen auf Einzelheiten der Diskussion überflüssig sein[2]). Die Spektrogramme

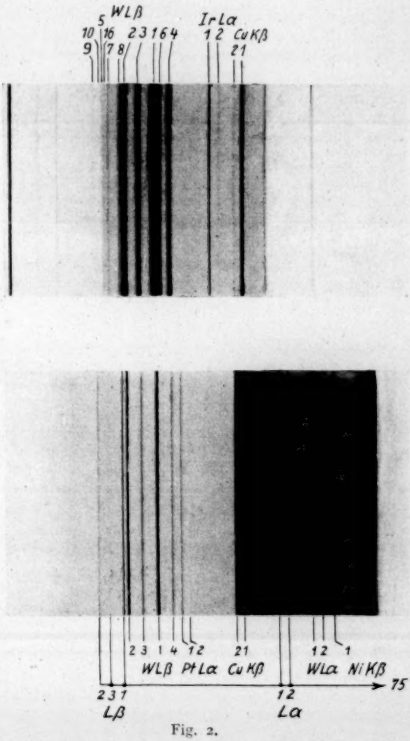


Fig. 2.

Unten: Röntgenspektrogramm mit den Linien des Elements 75 (*Re*); darüber zum Vergleich das Spektrogramm eines Wolframpräparates mit 1 Proz Iridiumzusatz. Auch die schwächeren *W*-β-Linien sind erkennbar, die stärkeren *W*-Linien sind durch photographisches Überfließen stark verbreitert. Im unteren Spektrogramm macht sich eine bei *Cu* $K\beta_2$ ansetzende Kupfer-Absorptionsbandkante stark bemerkbar.

stammen von Präparaten, die J. und W. Noddack aus norwegischen Gadoliniten hergestellt haben.

[1]) W. und J. Noddack, Zeitschr. f. angew. Chemie **40**, 253—254; O. Berg, ebenda 254—256, 1927.

[2]) F. H. Loring, der gemeinsam mit J. G. F. Druce das Element 75, ebenso wie Dolejsek und Heyrowsky, in käuflichem Mangan nachzuweisen sucht (siehe unter anderem Zeitschr. f. angew. Chemie **39**, 259, 1926) erhebt gegen unseren spektroskopischen Nachweis keinen Einwand. N. Seljakow und M. Korsunski, die gemeinsam mit O. Zwiagintzew vergeblich versucht haben, das Element 75 aus Platinerzen zu gewinnen (siehe z. B. Zeitschr. f. angew. Chemie **39**, 256, 1926), sind erst neuerdings aus ihrer Reserve herausgetreten (s. Physik. Zeitschr. **28**, 478, 1927). Sie stellen hier mit Recht aber ohne Grund fest, daß ihre Dispersion etwas größer war als unsere. Ich nehme im übrigen an, daß ihre Ausführungen erst durch die Übertragung ins Deutsche eine nicht beabsichtigte Färbung angenommen haben. — Daß es Platinerze ohne Rheniumgehalt gibt, bestreite ich nicht (Zeitschr. f. angew. Chemie **40**, 256, Anm. 11; andererseits haben wir in einem Präparat aus Platinerz das Element 75 gefunden.

Einzelne dieser Gadolinite zeigten einen Rheniumgehalt bis etwa 10^{-6}, während das günstigste Ausgangsmineral, das zur Zeit unserer ersten Mitteilung zur Verfügung stand, norwegischer Columbit, nur etwa den 10^{-7}. Teil *Re* enthielt[1]) Die Spektrogramme der Fig. 1 u. 2 zeigen deutlich erkennbar 4 *Re*-Linien der *L*-Serie: α_1, α_2, β_1, β_2, vielleicht auch das in den Originalen deutliche β_3. Zur Orientierung in den Spektrogrammen können die *L*-Linien der dem *Re* (75) im periodischen System vorausgehenden Elemente *Ta* (73) und *W* (74) dienen; ebenso die *K*-Linien des Kupfers und Zinks (29 und 30). Diese Elemente finden sich teils in den Präparaten, teils im Röntgenrohr selbst (Kupferantikathode, Wolfram-Glühkathode). Eine besondere Rolle als bestes Orientierungsmittel spielt dabei das Zink, dessen $K\alpha_1$-Linie der Hauptlinie des *Re*, $L\alpha_1$, eng benachbart ist. (Abstand im Original unserer Aufnahmen etwa 0,08 mm.) Daß — entgegen uns gemachten Einwürfen — die Trennung leicht möglich ist, zeigen die früher mehrfach von uns publizierten Vergrößerungen dieses Spektralbezirkes[2]). In Fig. 1 sind zwei Spektrogramme mit *Re*-Linien übereinandergestellt: Das obere von einem völlig zinkfreien, das untere von einem etwas zinkhaltigen Präparat. Man erkennt unten die Zinklinien *Zn* $K\alpha_1$ und *Zn* $K\alpha_2$ zwischen den Linien *Re* $L\alpha_1$ und *Re* $L\alpha_2$. *Zn*α_1 erscheint allerdings in der Reproduktion nicht getrennt von *Re* $L\alpha_1$. Der Eindruck der Reproduktionen ist überhaupt durch die starke Linienverbreiterung infolge des photographischen Überfließens sehr beeinträchtigt. Trägt man dem Rechnung, so ist die richtige Aufeinanderfolge der Linien-Gruppen $L\alpha_1$, $L\alpha_2$, $L\beta_1$, $L\beta_2$ der Elemente *Ta*, *W*, *Re* (73, 74, 75) ins Auge springend; ebenso die richtige Intensitätsabstufung der *Re*-Linien $L\alpha_2 : L\alpha_1 : L\beta_1 : L\beta_2$. Man mag sie mit der entsprechenden der *W*-Linien vergleichen, namentlich in Fig. 2 unten.

Fig. 2 bringt zum Vergleich die Spektren eines *Re*-Präparates (unten) und eines *Re*-freien Wolframpräparates (oben). Links neben den sehr stark überexponierten *W*-Linien β_1, β_2, β_3, β_4 erscheint im oberen Spektrum deutlich die Gruppe der schwachen *W*-Linien β_5, β_7, β_8, β_9, β_{10}. Mit $W_{\beta 8}$ fällt *Re* $_{\beta 1}$ zusammen. Der Vergleich des oberen mit dem unteren Spektrum zeigt, daß die unten mit 75 $L_{\beta 1}$ bezeichnete Linie nicht als $W\beta_8$ gedeutet werden kann; denn das stärkere $W\beta_5$ ist im unteren Spektrum noch nicht erkennbar, da von den schwach exponierten *W*-Linien dort nur die stärksten sichtbar sind.

Zur Beurteilung des *Re* Gehaltes der Präparate bietet das Spektogramm 2, oben, einen Anhalt. Dem dort aufgenommenen *W*-Präparat waren 1 Proz. Iridium beigemengt. Die Linien $L\alpha_1$ und $L\beta_2$ des Iridiums erscheinen weniger stark als die entsprechenden *Re*-Linien. In Anbetracht der durch die Reproduktion hereingebrachten Unsicherheit wird man mit einer gewissen Reserve den *Re* Gehalt der vorliegenden Präparate auf etwa 2 Proz. schätzen.

Diskussion.

Herr Grotrian: Ich möchte mir die Frage erlauben, ob auch schon Versuche vorliegen, das optische Spektrum des Elements 75 nachzuweisen.

Herr Berg: Herr Noddack hat optische Spektrallinien des Elements 75 aufgenommen, hält die Frage jedoch noch nicht für soweit geklärt, um genauere Angaben machen zu können.

1) Vgl. die inzwischen erschienene Monographie über das Rhenium von J. und W. Noddack, Ber. d. exakten Naturwissenschaften **6**, 334—373, 1927).

2) Z. B. Gehrcke, Handb. d. physik. Optik **2**, 522.

BESPRECHUNGEN.

Ph. Frank u. R. v. Mises, Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik. Zweiter, physikalischer Teil. Herausgegeben von Ph. Frank. XXIII u. 863 S. Mit 88 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. 1927. Geh. M. 53.—, geb. M. 58.

Inhalt und Ziel dieses ungemein reichhaltigen zweiten Bandes der Neubearbeitung des „Riemann-Weber" lassen sich in Kürze wohl nicht besser umschreiben als durch eine Wiedergabe der Richtlinien, die Ph. Frank in der Vorrede entwickelt hat. Trotz der stürmischen Entwicklung der theoretischen Physik gibt es für ihren Aufbau wesentliche Stücke, die sich nur langsam ändern, mathematische Methoden, die heute wie ehedem zur Erfassung der quantitativen Zusammenhänge unentbehrlich sind und als ein „langsam veränderliches Mittelstück" zwischen dem Hypothesensystem und der Erfahrung eingeschaltet sind. Die Behandlung dieses Mittelstücks, die — um ein altes Schlagwort zu gebrauchen — die „mathematische" Physik ausmacht, ist der Zweck dieses Bandes; nicht ein Lehrbuch der theoretischen Physik zu geben, war demnach Wunsch und Ziel des Herausgebers und seiner Mitarbeiter. Deshalb wurde auch davon abgesehen, Erörterungen über physikalische Hypothesen zu bringen oder den Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung durchzuführen; auch alle Näherungsmethoden wurden ausgeschieden. Andererseits jedoch sollten die Entwicklung der theoretischen Physik der letzten Jahre, die Begriffsbildungen der neueren Mathematik und

endlich auch technische Anwendungen bei der Auswahl eingehender behandelten Probleme möglichst berücksichtigt werden. Zwischen Scylla und Charybdis einen nicht zu breiten und nicht zu schmalen Weg zu finden, hatten sich also die Verfasser vorgenommen. Ich glaube man wird sagen können, daß sie diese schwere Aufgabe so gut gelöst haben, wie man dies bei einer ersten gänzlich neuen Bearbeitung des Weberschen Buches und mit Rücksicht darauf, daß der Umfang immerhin nicht ins uferlose anschwellen durfte, gerechterweise verlangen darf. Sicher wird mancher Leser gelegentlich einiges vermissen oder anderes weniger ausführlich zugunsten eines seiner Steckenpferde dargestellt zu sehen wünschen, jeder aber dürfte auch Neues finden und dies um so mehr, als manche Dinge hier überhaupt zum ersten Mal oder doch zum ersten Mal eingehender und bequem zugänglich behandelt sind. Hervorzuheben sind da etwa gewisse Sätze aus der Hamiltonschen Mechanik und die Auseinandersetzungen über die Stabilität mechanischer Systeme von Ph. Frank, die Behandlung der spontanen Konvektionsströmung von R. Fürth, die Sommerfeldschen Ausführungen zur Beugungstheorie und die Arbeiten der Oseenschen Schule zur Hydrodynamik reibender Flüssigkeiten. Von den auffallendsten Lücken sei etwa erwähnt die größtenteils (absichtlich) ausgeschalteten, an Statistik und Relativitätstheorie anknüpfenden Probleme, die mathematisch und technisch gleich reizvolle und wichtige Theorie der elektrischen Ausgleichsvorgänge, z. B. in Kettenleitern u. dgl. wie sie namentlich K. W. Wagner entwickelt hat und die Gittertheorie der festen Körper.

Über den Inhalt der 21 Kapitel, in die das Buch eingeteilt ist, möge die folgende Übersicht orientieren: Die Differentialgleichungen allgemeiner mechanischer Systeme (Ph. Frank). Stabilität und kleine Schwingungen (Ph. Frank). Die Bewegungsgleichungen starrer Körper (Ph. Frank). Methoden der Störungstheorie (Ph. Frank). Probleme der Himmels- und Atommechanik (Ph. Frank). Freie Wärmeleitung und Diffusion (R. Fürth). Erzwungene Wärmeleitung und Diffusion (R. Fürth). Elektrostatik (Fr. Noether). Stationäre elektrische Strömungen (Fr. Noether). Magnetostatik (Fr. Noether). Quasistationäre Ströme und Wellen (Fr. Noether). Elektromagnetische Schwingungen. Allgemeine Sätze und Integrationsmethoden (A. Sommerfeld). Theorie der Beugung (A. Sommerfeld). Wechselstromwiderstand und Skineffekt (A. Sommerfeld). Drahtwellen (A. Sommerfeld) Drahtlose Telegraphie (A. Sommerfeld). Mathematische Grundlagen der Elastizitätstheorie (E. Trefftz). Probleme des elastischen Gleichgewichts (E. Trefftz). Dynamische Probleme der Elastizitätstheorie (E. Trefftz). Ideale Flüssigkeiten (Th. v. Kármán). Flüssigkeitsbewegung mit Reibung (H. Faxen u. C. W. Oseen). Zur äußeren Form sei nur noch bemerkt, daß Literaturhinweise im Text im allgemeinen absichtlich nicht gegeben wurden, daß jedoch am Ende eines jeden Kapitels kurze Verzeichnisse der jeweils einschlägigen Lehrbücher gegeben sind.

Die Ausstattung des Buches ist vorzüglich. Hoffentlich werden sich nicht ebensoviele und z. B. recht sinnstörende Druckfehler herausstellen wie im ersten Band, für den ein Druckfehlerverzeichnis mit über 100 Nummern (!) diesem Band beigelegt ist.

R. Seeliger.

P. Lecomte du Nouy, Surface Equilibria of Colloids. Americ. Chemic. Soc. Monograph Series. The Chemical Catalog Company. New York.

Das Buch beschreibt die Anwendung des vom Autor angegebenen „Tensiometers" — mit welchen die zur Abreißung eines Platinringes von der Flüssigkeitsoberfläche nötige Kraft mittels Torsion gemessen wird — auf physiko-chemische und biologische Probleme.

Das Anfangskapitel enthält eine minutiöse Darstellung der Meßtechnik und besonders noch das Verfahren zur Oberflächenspannungsbestimmung von Kolloidlösungen, welche zwei Stunden lang absolut erschütterungsfrei im Uhrglas verbleiben. Im folgenden Kapitel wird die Erniedrigung der Oberflächenspannung kolloidaler Lösungen als eine Zeitfunktion studiert; die Untersuchungen zeigen die relativ geringe Adsorptionsgeschwindigkeit in der Grenzfläche und die gute Reproduzierbarkeit der finalen statischen Oberflächenspannung. Im weiteren sind spezielle Bestimmungen dieser Größen für Blutserum bei verschiedenen Temperaturen und Verdünnungen ausgeführt und im nächsten Kapitel erfolgt eine Erörterung der Bedeutung des „time-drop" bei diesen Lösungen. Es wird die Auffindung einer kritischen Verdünnung beschrieben, bei welcher die Oberflächenschicht im Gleichgewichtszustand gerade monomolekular ist und wobei ein maximaler „time-drop" erfolgt. Auch durch Kristallisationserscheinungen ließ sich die Existenz einer Monoschicht in dieser Verdünnung wahrscheinlich machen.

Speziell wichtig für den Physiker ist die Untersuchung der statischen Oberflächenspannung von Natriumoleatlösungen in steigender Verdünnung; diese zeigen bei Konzentrationen von 1/750,000, 1/1,122,000 und 1/1,390,000 drei Minima der Oberflächenspannung. Nach Verf. bestehen bei diesen Konzentrationen im verwendeten Uhrglas drei Monoschichten auf der Wasseroberfläche mit Orientierung der Oleatmolekülen in den drei möglichen Richtungen. Das aus diesen Messungen berechnete Volum des Moleküls gibt für Avogadros Konstante einen Wert von $N = 6{,}004 \cdot 10^{23} + 0{,}009 \cdot 10^{23}$.

Die folgenden Kapitel handeln von der statischen Oberflächenspannung von Lösungen von Eieralbumin und über die tensiometrische Methodik in der Immunologie, und beschreiben auch den typischen Einfluß einer Spur kolloidaler Substanz auf die Kristallisation von Salzen. Weiter wird die Zunahme der Oberflächenspannung von Oleatlösungen durch Bindung der Oleate an Proteine als eine Zeitfunktion studiert; die Hemmung der zeitlichen Oberflächenspannungerniedrigung sehr verdünnter Oleatlösungen durch Proteine sei der empfindlichste Nachweis dieser Substanz. ($1 \cdot 10^{-8}$ g.)

Schließlich wird die Anwendung der tensiometrischen Methodik für die Bestimmung der Grenzflächenspannung flüssig—flüssig angegeben und das Buch endet mit einer Hypothese über die Eignung der kapillarchemischen Eigenschaften von Proteinen für die Entstehung biologischer Zellformen.

R. Brinkman.

H. Driesch, Metaphysik der Natur. (S.-A. aus dem Handbuch der Philosophie.) 8°. 95 S. München u. Berlin, R. Oldenbourg. 1927. Geh. M. 4.50.

Der Verfasser gibt einen geschichtlich orientierten, d. h. chronologisch vom Altertum bis auf die Jetztzeit geordneten Überblick über die metaphysischen Ansichten und Meinungen der einzelnen Philosophen. Dies geschieht unter systematischer Ausschaltung alles Unwesentlichen „das nur historisches Interesse hätte", und unter strenger Beschränkung auf eben die rein metaphysischen Problemstellungen. Dies und die starke Betonung der Metaphysik des Organischen sind der Grund, daß der Leser eine auch für den mit philoso-

phischen Interessen behafteten Physiker wenig verdauliche Kost vorgesetzt bekommt. Über die fachphilosophische Bedeutung der Ausführungen des Verfassers mögen berufenere Kritiker urteilen; wo es sich um mehr physikalische Dinge handelt, findet man jedenfalls viele recht merkwürdige Ansichten, und zwar mit apodiktischer Sicherheit, vorgetragen. Als Beispiel wird der Satz genügen, der sich in einem Absatz über den Begriff des Mechanismus findet: „Ist das Kraftgesetz das Newtonsche, so ist alles besonders klar und in hohem Maße endgültig, weil wir eben Kräfte, die ein Potential haben, verständlicher finden als andere".

R. Seeliger.

B. Russel, ABC der Atome. Übersetzt von Dr. Werner Bloch. 8°. 109 S. Mit 19 Abb. Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung. 1925. 2.60, geb. M. 4.50.

„Er (der feste Körper) entspricht in der Tat ungefähr der Erklärung, die der Irländer von einem Netz gibt: Eine Anzahl von Löchern, die mit Bindfäden zusammengebunden sind. Man braucht sich nun nur vorzustellen, daß die Bindfäden weggeschnitten werden, so daß die Knoten allein übrig bleiben".

Das steht in der Einleitung dieses Buches. Und gegen sein Ende liest man:

„Wir sprechen von einem Elektron, als ob das ein kleines Stückchen harten Stoffes wäre ... es ist vielleicht einem Geräusch viel ähnlicher, das in einem gewissen Bereich hörbar ist, aber dessen Stärke sich vermindert, wenn wir uns von der Quelle des Geräusches entfernen."

Diese beiden Sätze seien hier zitiert, um zu zeigen, über welche Spanne historischer und inhaltlicher Entwicklung des physikalischen Denkens der Verfasser seine Leser führt, und mit wie einfachen Mitteln. So gefährliche Waffen populärer Darstellung, wie Menschenaufläufe und Eisenbahnzüge, werden hier so meisterhaft benutzt, daß trotzdem wohl kaum etwas Unexaktes in dem Büchlein steht, es vielmehr wohl sogar dem nichtphysikalischen Naturwissenschaftler ein guter Wegweiser sein kann. Mathematik ist bis auf einen Anhang über das Bohrsche Wasserstoffatom vermieden. Der Übersetzer hat den frischen Ton freundlicher Belehrung, der z. B. an Thomsons „Höhere Mathematik" erinnert, ausgezeichnet zu bewahren verstanden.

G.-M. Schwab.

Ch. E. Guye, Die Entwick'ung der physikochemischen Prozesse in wissenschaftlicher und philosophischer Betrachtung. Aus dem Französischen übersetzt von Dr. F. Bürki. 8°. 143 S. Mit 4 Abb. Bern, Paul Haupt. 1925. Geh. M. 4.80.

Man kann die philosophischen Auswirkungen physikalischer Ansichtswandlungen entweder, wie Einstein, konsequent von sich weisen, oder, wie Guye, sie ausspinnen, ohne über das Hypothetische dieses Beginnens Zweifel zu hegen. Unter dem (auch im Französischen) etwas unklaren Titel stehen drei mehr oder weniger getrennte Abhandlungen. Die erste behandelt die Einteilung der Wissenschaften nach Zahl, Raum, Zeit, Materie, Leben, Denken, und diskutiert die Vereinheitlichung der Wissenschaften, die die Relativitätstheorie hinsichtlich des zweiten und dritten dieser Begriffe (zwischen Geometrie und Kinematik) brachte, und die Möglichkeit eines metaphysischen Aufstiegs zu „der Wissenschaft" überhaupt. Die zweite Abhandlung ist eine ausgezeichnete leichtverständliche Darlegung der Prinzipien der Statistik, des statistischen Charakters des zweiten Hauptsatzes und der Natur der Schwankungserscheinungen. Die dritte Abhandlung setzt sich mit den Fragen nach absoluter oder statistischer Kausalität, nach Determinismus oder Willensfreiheit auseinander. Beide Fragen werden originell verschmolzen in einer mit allen Vorbehalten gegebenen „monistischen Philosophie auf Grundlage des Carnotschen Prinzips", in der die Möglichkeit von Schwankungserscheinungen in Verbindung mit der ihnen günstigen mikroheterogenen Struktur der lebenden Materie die Überleitung zu den letzten Begriffen obiger Reihe, Leben und Denken, herstellt.

G.-M. Schwab.

Berichtigung.

In der Abhandlung von S. Wang (diese Zeitschrift **28**, 663—666, 1927) sind noch einige Druckfehler stehen geblieben: Seite 665 Gleichung (14) hinter die erste Zeile gehört eine Schlußklammer, die in der zweiten Zeile zu streichen ist. Seite 665, 1. Spalte 2e le 4 von unten, linke Seite der Gleichung soll heißen: $n_1 m_1 n_2 m_2$. Seite 666 2. Spalte, Zeile 16 von unten, die Gleichung soll heißen:

$$c = \frac{9}{2} v^2.$$

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1927/28.

Hochschule für Landwirtschaft und Brauerei Weihenstephan. Frank: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Elektrizität I, 4 *g*; Angewandte Physik I: für Brauer, 2; Physikalische Übungen, für Landwirte (Anfänger), 2, für Fortgeschrittene, 4; Übungen in Hochfrequenztechnik (Radiotechnik), 1; Witterungskunde, 1.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Karl Friedrich Bonhoeffer für Chemie (nicht Physik, wie S. 564). an der Universität Bonn der bisherige Privatdozent an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Axel Schur für Mathematik.

Ernannt: Der ord. Professor für allgemeine Mechanik und Hydromechanik an der deutschen technischen Hochschule Prag Dr. Theodor Pöschl in gleicher Eigenschaft an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Kiel Dr. Otto Toeplitz in gleicher Eigenschaft an der Universität Bonn, der Leiter des Schwachstrom-Laboratoriums bei der Telefunken-Gesellschaft Professor Dr. Hans Rukop zum ord. Professor für technische Physik an der Universität Köln, der a. o. Professor für Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Walter Steubing zum ord. Professor für angewandte Physik an der Universität Breslau (Berichtigung von S. 744).

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Berlin Dr. Erich Tiede zum ord. Professor der Chemie an die Universität Frankfurt a. M.

Gestorben: Der frühere Professor für Physik an der Universität und Technischen Hochschule Warschau, Honorarprofessor an der Universität Freiburg (Schweiz), polnischer Gesandter in Angora Dr. I. von Wierusz-Kowalski.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.